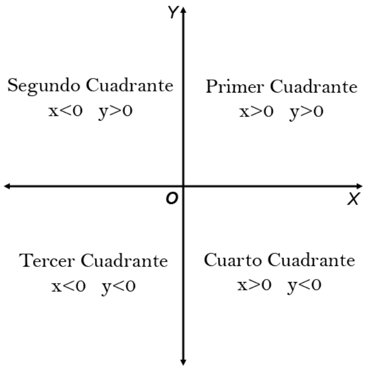
MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Resumen Semana 3

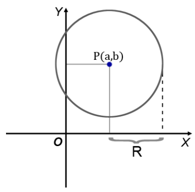
Plano Cartesiano



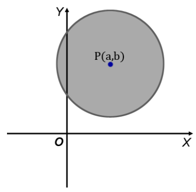
1. Para ubicar puntos en el plano se utiliza un sistema de coordenadas rectangulares llamado *Plano Cartesiano*, que consiste en fijar un punto de referencia llamado *origen* (O), y trazar una línea horizontal ($0X$) y otra vertical (OY) por este punto. Un punto en el plano es totalmente determinado al conocer su posición horizontal a través de la recta OX y su posición vertical a través de la recta OY. Por convención, una distancia hacia la derecha o hacia arriba es descrita por un real positivo, y una distancia hacia la izquierda o hacia abajo por un real negativo.
2. La línea horizontal del sistema coordenado es el *Eje de las* x o *Eje de las abscisas.*
3. La línea vertical del sistema coordenado es el *Eje de las* y o *Eje de las ordenadas.*
4. Las coordenadas de un punto se anotan como el par ordenado (x, y) en donde la primera componente (es decir, x) *siempre* designa a la **abscisa** (desplazamiento horizontal), y la segunda componente (es decir, y) *siempre* designa a la **ordenada** (desplazamiento vertical).
5. Fijado un sistema de referencia, los puntos en el plano (Geometría) se corresponden de forma única con dos números reales ordenados (Álgebra). Gracias a esta correspondencia podemos trabajar en el plano con relaciones algebráicas para las coordenadas (Geometría Analítica).
6. Un **Lugar Geométrico** es un conjunto de puntos en el plano que cumplen alguna condición.
7. Ejemplos típicos de lugares geométricos son rectas, puntos, circunferencias, elipses, cuadrados, triángulos, bisectrices, simetrales.
8. La distancia entre dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (recuerde el teorema de Pitágoras).

Circunferencia

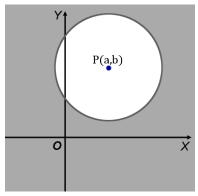
1. La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos que equidistan a un punto fijo que llamamos *centro.*
2. La circunferencia con centro en $P(a, b)$ y radio R es
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \qquad (*)$$
3. Una ecuación de la forma $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ *puede* representar una circunferencia. Para verificarlo hay que darle la forma $(*)$ *completando cuadrados.* Al hacer este procedimiento llegaremos a
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c$$
   - Si $c > 0$, $c = R^2$ y es una circunferencia de radio R y centro (a, b).
   - Si $c = 0$, el conjunto se reduce al punto (a, b).
   - Si $c < 0$, el conjunto es vacío en $\mathbb{R}$.
4. $(x - a)^2 + (y - b)^2 \le R^2$ y $(x - a)^2 + (y - b)^2 \ge R^2$ representan el interior y el exterior de una circunferencia.



Circunferencia



Interior



Exterior

Recta

1. Por dos puntos pasa una única recta. Por lo tanto una recta siempre es determinada por dos de sus puntos.
2. La recta que pasa por los puntos distintos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es
$$(x - x_1)(y_2 - y_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$$
3. Si $x_1 = x_2$, se reduce a $x = x_1$ (línea vertical).
4. Si $y_1 = y_2$, se reduce a $y = y_1$ (línea horizontal).
5. Una ecuación de la forma $ax+by+c = 0$ *puede* representar una recta.
   - $a = b = 0 \wedge c \neq 0 \Rightarrow$ Vacío.
   - $a = b = 0 \wedge c = 0 \Rightarrow$ Todo el plano.
   - $a \neq 0 \vee b \neq 0 \Rightarrow$ Una recta.
6. Note que la recta es vertical si $b = 0$, horizontal si $a = 0$, e inclinada si a y b son no nulos.
7. Si la recta es no vertical, entonces dados dos puntos cualquiera de una recta $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, el cuociente:
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
No depende de los puntos elegidos (su valor es constante para la recta) y lo llamamos *pendiente* de la recta que pasa por P_1 y P_2. A partir de este cuociente deducimos que la recta que pasa por $P(x_1, y_1)$ con pendiente m es:
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
8. Ecuación general: $ax + by + c = 0$
9. Ecuación principal: $y = mx + n$
10. Dos rectas son paralelas si ambas son verticales o poseen la misma pendiente.
11. Dos rectas son perpendiculares si una es vertical y la otra es horizontal, o bien el producto de sus pendientes es igual a (-1).