IN4221-Teoría de Juegos. Semestre Primavera 2014.
Profesor: José Correa. **Auxiliares:** Andrés Perlroth, Alberto Vera.

Auxiliar 13

Martes 11 de Noviembre, 2014

Problema 1 [Monotonía Cruzada].- Considere el juego cooperativo $(N, v(\cdot))$ y sea ξ repartición de costos γ-balanceada y con monotonía cruzada. Muestre que el γ-*core* de este juego es no vacío.

Problema 2 [Contraejemplo] .- Estudiemos la siguiente instancia de *Facility Location*: hay $m+k$ jugadores, denotados $a_1, \cdots, a_m, a'_1, \cdots, a'_k$ y m fábricas $f_1, \cdots, f_m$ con costo de apertura de 3. La distancia entre f_i y a_i es 1 para todo i, la distancia entre f_i y a'_j es 1 para todo i, j y las demás distancias se obtienen por desigualdad triangular.
Muestre que si $m = \omega(k)$, entonces la solución óptima tiene costo $3m + o(m)$.

Problema 3 [Propiedad de Sustitución].- Considere una instancia de remate combinatorial donde los jugadores cumplen la propiedad de sustitución. Demostraremos que en este caso existe equilibro de Walras.

1. Construya una sucesión de WE adecuada.
2. Concluya.

Problema 4 [Jugadores Emparejados].- Considere una instancia de un remate combinatorial. Decimos que un jugador es emparejado si $\exists\, a_i^\star \subseteq M$ tal que $v_i(a) = 1$ si a intersecta a $a_i^\star$ y $v_i(a) = 0$ en caso contrario. Pruebe que en una instancia donde todos los jugadores son emparejados existe un equilibrio de Walras y proponga un algoritmo polinomial para encontrarlo.
Indicación: Se sabe que se puede resolver el problema de matching máximo en un grafo bipartito de forma eficiente