

IN4221-Teoría de Juegos. Semestre Primavera 2014.

Profesor: José Correa. Auxiliares: Andrés Perloth, Alberto Vera.

Auxiliar 10

Martes 4 de Noviembre, 2014

Problema 1 [Jugadores Tercos].- Sabemos que encontrar un equilibrio de Walras con jugadores porfiados es NP-completo. Estudiaremos clases de jugadores más sencillas. Diremos que un jugador $i \in N$ es terco si $\exists! e_i \in M$ y $v_i^* > 0$ tal que $v_i(a) = v_i^* \forall a \ni e_i$ y $v_i(a) = 0$ si $a \not\ni e_i$.

1. ¿Existe equilibrio de Walras cuando los jugadores son porfiados?.
2. Muestre que si los jugadores son tercicos existe equilibrio de Walras.

Problema 2 [Jugadores Emparejados].- Considere una instancia de un remate combinatorial. Decimos que un jugador es emparejado si $\exists a_i^* \subseteq M$ tal que $v_i(a) = 1$ si a intersecta a a_i^* y $v_i(a) = 0$ en caso contrario. Pruebe que en una instancia donde todos los jugadores son emparejados existe un equilibrio de Walras y proponga un algoritmo polinomial para encontrarlo.

Indicación: Se sabe que se puede resolver el problema de matching perfecto en un grafo bipartito de forma eficiente.

Problema 3 [Juego de Conexión].- Un conjunto N de jugadores quieren conectarse a la red eléctrica, esto lo valoran en $u_i > 0$. Sea $G = (N \cup \{f\}, E)$, donde f origina el servicio. Cada $e \in E$ tiene un costo de habilitación $c_e \geq 0$. El costo de una coalición $s \subseteq N$ es el de conectar a dicho conjunto con f .

1. Explícite la función $v(\cdot)$ para este juego. Suponga que si una coalición decide costear el servicio por si sola no pueden pasar por los nodos de otros jugadores.
2. Muestre que el core es no vacío.
3. Considere $\xi(i, s)$ donde cada jugador hace un pago por cada arco que ocupa para estar conectado con f y estos pagos disminuyen con la cantidad de jugadores que los ocupen. Formalice ξ y muestre que es un esquema de repartición 1-balanceado y con monotonía cruzada.

Problema 4 [Propiedad de sustitución].- Demuestre que en una instancia de remate combinatorial donde los jugadores cumplen la propiedad de sustitución existe un equilibrio de Walras.