



CONTROL 3

17 de Noviembre de 2006

Problema 1

El *Call center* de una aerolínea, que funciona las 24 horas del día, ofrece 3 opciones a la llamada de clientes: *Ventas*, *Pasajero frecuente* y *Otros*. De acuerdo a información histórica, el departamento de operaciones ha modelado la entrada de llamadas como un proceso de Poisson de tasa λ . Se sabe que una fracción f_v de las llamadas accede al módulo de *Ventas*, una fracción f_c accede al módulo de *Pasajero frecuente* y una fracción f_o al módulo *Otros*.

En el módulo de *Ventas* se cuenta con 10 telefonistas para atender los pedidos de clientes. Cuando todas están ocupadas, las llamadas entrantes quedan en una cola de espera y van siendo atendidas en orden de llegada a medida que las telefonistas se desocupan. El tiempo que demora la atención con una de estas telefonistas es modelado como una v.a. exponencial de parámetro μ_v . Después de esta atención, un cliente decidirá acceder al módulo *Otros* con probabilidad r , de lo contrario, terminará su llamada.

Al módulo de *Pasajero frecuente* los clientes ingresan a chequear el status de sus reservas y su acumulación de kilómetros. El reporte a una de estas llamadas se apoya internamente en una consulta a una base de datos, que gatilla como respuesta al cliente una voz pregrabada. Gracias a este sofisticado sistema, el módulo de *Pasajero frecuente* puede ser modelado como un conjunto de infinitos servidores y el tiempo de respuesta corresponde a una v.a. exponencial de parámetro μ_c . Después de este chequeo, un cliente decidirá acceder al módulo de *Ventas* con probabilidad p , de lo contrario, terminará su llamada. Cuando la llamada es transferida, accederá a hablar con una telefonista de *Ventas* si es que hay alguna desocupada o se agregará a la cola de ese módulo.

El módulo *Otros* está destinado a atender cualquier otro tipo de consultas. Para ello se cuenta con un único telefonista especializado cuyo tiempo de atención puede ser modelado como una v.a. exponencial de parámetro μ_o . Las personas que llaman al *Call center* e ingresan directamente a este módulo decidirán con probabilidad q volver a ingresar al mismo módulo, como si hubiesen olvidado la información de la conversación anterior. Un cliente que accede desde el módulo *Ventas* sólo realizará una consulta en el módulo *Otros* y luego finalizará su llamada. Cuando el telefonista está ocupado atendiendo una llamada, las llamadas entrantes quedan en una cola de espera y van siendo atendidas en orden de llegada a medida que él se desocupa.

- (1,5 pts.) Modele el sistema de *Call center* de la aerolínea como una red de colas. Para cada módulo, especifique el tipo de sistema, las tasas efectivas de entrada y de salida. Además, indique la condición de régimen estacionario y suponga que se cumple para las preguntas siguientes.
- (0,7 pts.) El *Call center* cuenta con un acuerdo con su proveedor de servicio de telefonía. Por cada unidad de tiempo que dure la llamada de un cliente, el *Call center* recibirá un descuento de $\$m$ en su cuenta. ¿Cuál es el descuento promedio para el *Call center* por cada cliente que llama?
- (0,5 pts.) El encargado de operaciones del *Call center* se ha fijado como meta que el promedio del número TOTAL de clientes con llamada en espera en el *Call center* (independiente del subsistema que se trate) sea menor que 10. ¿Qué condición se debe cumplir para que se logre esta meta?
- (0,6 pts.) Para cumplir la meta anterior, ¿sería útil contar con un telefonista adicional en el módulo *Otros*?
 - Si se quiere aumentar el número promedio de clientes que finalizan su atención por unidad de tiempo en el módulo *Otros*, ¿sería útil contar con un telefonista adicional en dicho módulo? ¿Sería útil contar con una telefonista adicional en el módulo *Ventas*?
- (0,7 pts.) Se define el *indicador ponderado de ociosidad* I como el número promedio de telefonistas desocupadas en el módulo *Ventas* sobre el número total de telefonistas de ese módulo. Entregue una expresión para I .

6. (1,0 pts.) Un supervisor de la aerolínea realiza una visita mensual al *Call center* (lugar donde operan todos los telefonistas). Si detecta que al menos uno de ellos está desocupado, registrará una *observación*. Si al cabo de las 12 visitas del año ha registrado al menos 3 *observaciones*, sugerirá al departamento de operaciones de la aerolínea disminuir la cantidad de telefonistas operando el *Call center*. ¿Cuál es la probabilidad de que el supervisor haga esta sugerencia?
7. (1,0 pts.) El encargado de operaciones estudia reducir por lo menos a la mitad la probabilidad de que un cliente cualquiera que accede al módulo *Ventas* deba esperar. Para ello, quiere agregar X nuevas telefonistas, cada una a un salario de S [\$/unidad de tiempo]. Plantee un problema que ayude al encargado a encontrar el valor X^* que permite alcanzar el objetivo a mínimo costo.

Problema 2

Armijo Catalán ha decidido ingresar al mercado financiero. A Armijo se le presentan dos alternativas de inversión:

- Alternativa 1: Invertir en bonos del gobierno. Cuyo precio actualmente es $G[\$]$ y su precio en un instante t puede ser modelado como:

$$G \cdot e^{\alpha t},$$

donde α es una constante positiva.

- Alternativa 2: Comprar acciones de la innovadora empresa *RilShiss*, cuyo precio actualmente es P_0 y su precio en un instante t puede ser modelado como:

$$P(t) = P_0 + \mu \cdot t + B(t),$$

donde $B(t)$ es un movimiento browniano estándar y $\mu > 0$.

Armijo decide arriesgarse y opta por invertir todo su capital, que asciende a $K[\$]$, en acciones de *RilShiss*. Su estrategia, en principio “contemplativa”, es observar el precio de la acción hasta que alcance los $A[\$]$ con $A > P_0$. En ese momento invitará a sus amigos más cercanos a una cena y les contará el “buen dato” de invertir en esta acción. Sin embargo, Armijo luego de la cena, mantendrá la posesión de sus acciones hasta que el precio sea superior a los $B[\$]$. Cuando se alcance la barrera de $B[\$]$, Armijo venderá todas sus acciones e invertirá todo el dinero obtenido de esta venta en bonos del gobierno.

1. (1,0 pto.) Sean $B(t)$ y $C(t)$ movimientos brownianos estándar independientes. Encuentre γ tal que:

$$D(t) = \gamma(B(t) + C(t))$$

sea browniano estándar. Demuestre que para ese valor de γ , $D(t)$ es browniano estándar.

2. (0,5 pts.) ¿Qué condición adicional sobre los parámetros del problema hace que la probabilidad de que Armijo venda alguna vez sus acciones sea 1?
3. (2,0 pts.) Suponiendo que se cumple la condición anterior, plantee y resuelva una ecuación diferencial que le permita obtener el valor esperado del tiempo que Armijo espera hasta vender sus acciones. Encuentre dicho valor.
4. (0,5 pts.) ¿Cuál es el valor del total de bonos de gobierno que compra Armijo? Llame a este valor BG_A .
5. (2,0 pts.) Sea BG_0 el valor total de los bonos de gobierno que poseería Armijo (en el instante en que vende sus acciones de *RilShiss*) en caso de que hubiese preferido invertir todo su capital en la alternativa 1 en lugar de la alternativa 2. Sea I_A el *indicador de arrepentimiento* de Armijo, definido como: $I_A = BG_0 - BG_A$ ¿Cuál es el valor esperado del *indicador de arrepentimiento* de Armijo? Explícite TODOS sus cálculos