

Tarea 7

Entrega: Viernes 14 de noviembre a las 13hrs con Olga Barrera

1. El alcalde de un pueblo está decidiendo si construir o no una plaza. El valor de la construcción es $c > 1$. El pueblo tiene n habitantes y el habitante i valora la plaza en $t_i \in [0, 1]$. El alcalde no sabe si es socialmente eficiente construir la plaza, por lo que ha diseñado un mecanismo de pivote para tomar su decisión y decidir cómo se financia la plaza. Encuentre el mecanismo de pivote que implementa la construcción de la plaza ssi $\sum_{i=1}^n t_i > c$.
2. Dos participantes en un concurso deciden sus esfuerzo $e_i \geq 0$ simultáneamente. La función de éxito, denotada $p(e_1, e_2) \in [0, 1]$, determina la probabilidad de que el participante 1 gana la competencia dado esfuerzos e_1 y e_2 . Suponemos $p(e_1, e_2) + p(e_2, e_1) = 1$ para todo e_1, e_2 . El valor que i le otorga a ganar la contienda es su información privada t_i y suponemos se distribuye uniformemente en $[0, 1]$. Suponemos que el costo del esfuerzo es e_i . De este modo, la utilidad del participante i es

$$u_i(e_i, e_{-i}, t_i) = t_i p(e_i, e_{-i}) - e_i$$

Suponemos que $p(x, x) = 1/2$ para todo x , y que $p(e_1, e_2)$ es no decreciente en e_1 . Note que el modelo se puede interpretar como competencia entre políticos en un campaña. Para todo x , definimos $\Phi(x) = \int p(x, t_2) dt_2$.

- a. Muestre que en cualquier equilibrio Bayesiano simétrico en estrategias crecientes, el participante i utilizará una estrategia

$$s(t) = t\Phi(t) - \int_0^t \Phi(s) ds.$$

Muestre además que el esfuerzo total esperado en el concurso es igual

$$S(p) = \int \left(p(t_1, t_2)(1 - 2t_1) + p(t_2, t_1)(1 - 2t_2) \right) dt_1 dt_2$$

HINT: Use el RET.

- b. Suponga que su objetivo es diseñar un concurso (es decir, una regla para escoger al ganador $p(e_1, e_2)$) de modo de minimizar el esfuerzo total de los participantes, sujeto a que en cualquier escenario se lleve el premio el que más valora el bien con probabilidad al menos $1 - x$. Plantee el problema como

$$\max_p \{ S(p) \mid p(t_1, t_2) \geq 1 - x, \forall t_1 > t_2 \}$$

con p que satisface las condiciones descritas. Resuelva el problema cuando $x = 0$ y cuando $x = 1$. Explique intuitivamente sus soluciones y compárelas.

3. Considere una negociación entre un vendedor y un comprador. El comprador valora el bien en t que se distribuye $[0, 1]$ de acuerdo a F , con F que satisface todos los supuestos del RET. Para el vendedor el bien no tienen ningún valor. El valor de t es información privada para el comprador.

- a. Encuentre el mecanismo de venta óptimo para el vendedor. Encuentre el ingreso esperado del vendedor.
- b. Suponga que el vendedor está considerando vender el objeto a través de una licitación sobre cerrado primer precio. El número de participantes en la licitación es igual a $N \geq 2$. Las valoraciones privadas son independientes e idénticamente distribuidas de acuerdo a F . Suponemos que $F(t) = t^2$. Calcule el ingreso esperado del vendedor y compárelo con su respuesta en a.