Auxiliar 7

Series de Tiempo

Daniel Olcay

IN4402

7 de octubre de 2014

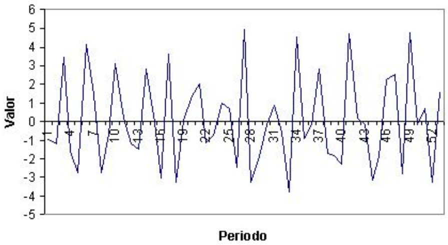
¿Qué es una serie de tiempo?

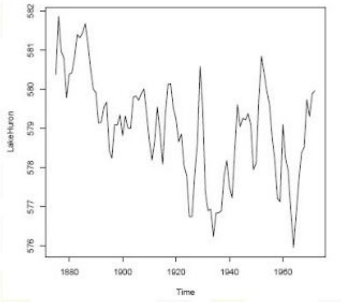
- Una serie tiempo es una secuencia de observaciones, medidas en determinados momentos del tiempo y ordenados cronológicamente.
- Usualmente se denotan por Y_t con $i = 1, 2, \ldots, T$
- Existen dos tipos de series
  1. **Serie estacionaria**
  2. **Serie no estacionaria**

Estacionalidad

- Una serie es estacionaria cuando es estable a lo largo del tiempo, es decir, cuando la media y varianza son constantes en el tiempo. Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo.
- Una serie es **débilmente estacionaria** si:
  1. $\mathbb{E}(Y_t)$ es independiente de t
  2. $\mathbb{V}(Y_t)$ es independiente de t
  3. $Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma_k$
- $\mathbb{E}$, $\mathbb{V}$ y Cov permanecen iguales sin importar el momento en que se midan (invariantes en el tiempo)

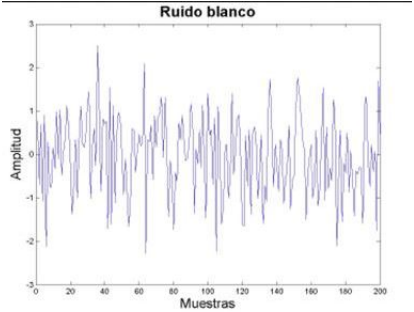
Gráficos


Valor
Periodo
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
1
4
7
10
13
16
19
22
25
28
31
34
37
40
43
46
49
52


LakeHuron
Time
576
577
578
579
580
581
582
1880
1900
1920
1940
1960

Ruido Blanco

- Es un caso particular de proceso estacionario
- $\{\varepsilon_t\}$ es un ruido blanco y lo denotamos $\varepsilon_t \sim WN(\sigma^2)$ si
  1. $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$
  2. $\mathbb{V}(\varepsilon_t) = \sigma^2$
  3. $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, \forall t \neq s$



Función de autocorrelación

- Busca medir la dependencia del valor de la serie en un determinado instante, respecto a un instante anterior

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_j, Y_{j-k})}{SD(Y_j)SD(Y_{j-k})}$$

Procesos autoregresivos

- Los modelos autoregresivos se basan en la idea de que el valor actual de la serie, Y_t, puede explicarse en función de p valores pasados Y_{t-1}, Y_{t-2}, ... Y_{t-p}. Donde p determina el número de rezagos necesarios para pronosticar el valor actual

$$Y_t = \mu + \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} + \cdots + \gamma_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

- Usualmente, asumimos que $\varepsilon_t \sim WN(\sigma_\varepsilon^2)$
- **AR(1)**: $Y_t = \mu + \gamma_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **AR(2)**: $Y_t = \mu + \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$

Procesos de media móvil

- Los modelos de media móvil se basan en la idea que el valor de la serie actual ,Y_t, está determinado por una función autoregresiva de errores. Esto es, un modelo **MA(q)** se escribe como

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \gamma_q \varepsilon_{t-q}$$

- **MA(1)**: $Y_t = \mu + \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}$
- **MA(2)**: $Y_t = \mu + \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}$

Fórmulas útiles

- $\sum_{i=0}^{\infty} r^i = 1 + r + r^2 + r^3 + \cdots = \frac{1}{1-r}$
- Sea L operador de rezagos y W_t, Y_t procesos estocásticos, luego
  1. $LY_t = Y_{t-1}$
  2. $L^k Y_t = Y_{t-k}$
  3. $L^k(aY_t + bW_t) = aY_{t-k} + bW_{t-k}$
- **LGN:** Sea $\{X_i\}$ sucesión de variables aleatorias i.i.d, luego

$$\frac{\sum X_i}{n} \xrightarrow{p} \mathbb{E}(X_i)$$

- **CMT:** Si g es una función continua, y $X \xrightarrow{p} \mu$, luego

$$g(X) \xrightarrow{p} g(\mu)$$

- **Slutsky:** Si $X \xrightarrow{p} \mu$ e $Y \xrightarrow{p} \gamma$, entonces

$$X \cdot Y \xrightarrow{p} \mu\gamma$$