

Auxiliar 9 - Semestre Primavera 2014

21 de Octubre, 2014

Problema 1

Considere el modelo lineal unidimensional sin constante cumpliendo los supuestos básicos vistos a lo largo de toooooodo el curso

$$y_i = x_i\beta + u_i$$

Donde β es un parámetro poblacional univariado y x_i es no aleatorio. Además, asuma que u_i es una variable aleatoria tal que $\{u_i\}_{i=1}^n$ es una muestra i.i.d con $u_i \sim N(0, \sigma^2)$.

1. Encuentre la función de densidad conjunta $f(y_i|x_i, \theta)$ dada una muestra de n observaciones para x_i y y_i con $\theta = (\beta, \sigma^2)$.
2. Determine la función de log-verosimilitud del problema.
3. Calcule $\hat{\theta}_{MLE}$. ¿Cómo se compara el resultado obtenido respecto al estimador MCO?, ¿Son insesgados los estimadores para MLE?
4. Determine el Hessiano de la función de log-verosimilitud y la distribución asintótica de $\hat{\theta}_{MLE}$

Pregunta 2

Dada la apertura a la portabilidad numérica, una importante compañía de telefonía esta interesada en estudiar el comportamiento de fuga de su cartera de clientes. Inicialmente, la empresa contaba con una cartera de x_0 clientes, para luego en cada periodo contar con x_t clientes (esto es, una pérdida de $x_{t-1} - x_t$ en cada periodo t para cada $t \in \{1, \dots, T\}$). Asuma que, luego de T el cliente está perdido.

1. Suponga que **a nivel individual** la probabilidad de abandono de cada cliente es θ . ¿Cuál es la probabilidad que un cliente cualquiera abandone en el periodo t ?
2. Considere un periodo t . ¿Cuál es la contribución a la verosimilitud de dicho periodo, considerando la data agregada que posee la compañía?
3. Asumiendo que las pérdidas en cada periodo son independientes, determine la función de log-verosimilitud del problema.
4. Expresé el problema de maximización asociado. ¿Cómo estimaría el parámetro θ a partir de un problema de maximización irrestricto?