

Tarea 2

Entrega viernes 7 de noviembre

P1. Mecanismo tipo Take-it-or-leave-it

Considere un vendedor que valora en cero un objeto y posee dos potenciales compradores cuyas valoraciones se distribuyen uniformemente en $[0, 1]$. Considere el siguiente mecanismo: El vendedor elige al azar a uno de los compradores y le ofrece un vendersele en p_1 . Si el comprador rechaza dicho precio, entonces el vendedor le ofrece vender a precio p_2 al comprador restante. En caso de que este también rechace el producto, entonces el objeto queda en el vendedor.

- (a) Encuentre las estrategias óptima y encuentre el revenue del mecanismo.
- (b) Compárelo con el mecanismo VCG y con el mecanismo óptimo de Myerson. ¿Contradice el teorema de *Revenue Equivalence*? Explique.

P2. Hay un conjunto $[N]$ de jugadores y un objeto a rematar, cada uno de ellos tiene valoración independiente que distribuye según F .

Los que participan en el remate son $A \subseteq [N]$, donde A se obtiene de forma aleatoria. Pensemos que cada $i \in [N]$ sabe si pertenece o no a A (información privada), pero no si otro $j \neq i$ está en A . Asuma también que cada $i \in [N]$ dado que pertenece a A conoce la ley de $|A|$ y ésta ley no depende de i .

El ítem se asignará a la mayor apuesta.

- (a) Suponga un equilibrio simétrico y exprese la utilidad $u_i(v, v')$ del jugador i si tiene valoración v y declara v' .
- (b) Usando argumentos como los vistos en clases concluya que el principio de *Revenue Equivalence* es válido en este escenario.
- (c) Estudie la estrategia óptima en esta instancia si el remate es *first price auction*.

P3. Bulow-Klemperer En clase vimos que si las valoraciones son i.i.d uniformes $[0, 1]$ entonces la ganancia del martillero en un remate eficiente con $n+1$ jugadores excede la que obtiene en un remate óptimo con n jugadores. Encuentre una generalización de este resultado para valoraciones i.i.d. no necesariamente uniformes. Es decir encuentre una clase de distribuciones para las cuales el resultado es cierto, haciendo los supuestos que estime conveniente.

P4. Dos empresarios tienen una empresa, cada uno con la mitad de acciones. La valoración de i por toda la empresa es $X_i \sim F$, independiente de X_j , tal que i valora sus acciones en $\frac{1}{2}X_i$.

Quieren disolver la sociedad, cada uno apuesta b_i , si $b_i > b_j$ entonces i se queda la compañía y le paga b_i a j .

- (a) Encuentre un equilibrio simétrico.
- (b) ¿El proceso es eficiente? ¿tiene participación voluntaria?
- (c) En vez de disolver según enunciado usan VCG, exprese el mecanismo y la utilidad esperada del jugador i .

P5. Calcule la regla de asignación y los pagos en el remate óptimo de un objeto donde hay n jugadores, $i \in [n]$ tiene una valoración $X_i \sim Exp(\lambda_i)$.

Asuma sin pérdida de generalidad que los λ_i están ordenados en forma creciente.

Exprese la utilidad del martillero.