

IN4221-Teoría de Juegos. Semestre Primavera 2014.

Profesor: José Correa. **Auxiliares:** Andrés Perlroth, Alberto Vera.

Auxiliar 10

Martes 21 de Octubre, 2014

Problema 1 [Myerson].- Considere el mecanismo que maximiza ganancias en el caso que el martillero enfrenta n compradores, donde la distribución de i es $f_i(x) = \frac{1}{\alpha_i x^2} \mathbb{1}_{\{x \geq 1/\alpha_i\}}$.

1. Obtenga los precios y regla de asignación.
2. Calcule la utilidad del martillero.

Problema 2 [Remates Combinatoriales].- Considere la instancia de remate combinatorial de n jugadores y m objetos. Sea $b_j(S)$ la apuesta de $j \in [n]$ por $S \subseteq [m]$, decimos que j es super aditivo si $b_j(A) + b_j(B) \leq b_j(A \cup B)$ para todo A, B disjuntos. Decimos que es sub aditivo si la desigualdad contraria es cierta.

1. Considere el problema (P) , donde $b(S) := \max_{j \in [n]} b_j(S)$. Muestre que si los jugadores son super aditivos (P) maximiza el bien social. Dé un ejemplo donde no es así si hay jugadores sub aditivos.
2. (P) puede maximizar el bien social con jugadores sub aditivos. Para esto agregue un ítem 0 y modifique las apuestas.
3. Considere un grafo $G = (V, E)$ donde se rematan los arcos, $i \in [n]$ tiene un par origen destino (o_i, d_i) y su objetivo es construir un (o_i, d_i) -camino. Escriba las valoraciones de los jugadores si existe la función de costo en los arcos $c : E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$.
4. En la instancia anterior, muestre que un mecanismo C.I. entrega apuestas sub aditivas.

$$\begin{aligned} (P) \quad & \max \sum_{S \subseteq [m]} b(S) x_S \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{S \ni i} x_S \leq 1 \quad \forall i \in [m] \\ & x_S \in \{0, 1\} \quad \forall S \subseteq [m] \end{aligned}$$

Problema 3 [Juego Monoparamétrico].- Considere una instancia de n jugadores donde se debe elegir una acción $a \in A$. Diremos que el jugador i es monoparamétrico si $\exists W_i \subseteq A$ tal que $v_i(a) = v_i^* \quad \forall a \in W_i$ y $v_i(a) = 0 \quad \forall a \notin W_i$, con algún $v_i^* \in \mathbb{R}$. Asumiremos que todos los jugadores son monoparamétricos.

Sea (f, p) un mecanismo directo, diremos que f es monótona en i si $f(v) \in W_i \Rightarrow f(v'_i, v_{-i}) \in W_i \quad \forall v'_i \geq v_i$ y que el mecanismo es normalizado si $f(v) \notin W_i \Rightarrow p_i(v) = 0$.

Demuestre que un mecanismo normalizado es compatible en incentivos ssi para todo i f es monótona en i y

$$f(v) \in W_i \Rightarrow p_i(v) = h_i(v_{-i})$$