

Pauta Auxiliar 14

Selección Adversa

Profesor: Juan Escobar
Auxiliares: Benjamín Vatter, Leonel Huerta

19 de Noviembre, 2014

Problema 1. Autos Usados.

Considere un mercado con 30 autos usados. La mitad de ellos son buenos autos mientras que la otra mitad son malos. Los autos buenos valen 3 millones para los compradores, mientras que los autos malos sólo valen 1 millón. Los vendedores valoran los autos en un 25 % menos que los compradores. La forma de negociar es que los vendedores proponen un precio y los compradores aceptan o rechazan la oferta. Hay 30 compradores y 30 vendedores.

(a) Encuentre un equilibrio competitivo suponiendo información simétrica.

Respuesta: Si suponemos información simétrica, los compradores saben exactamente lo que están comprando, por lo tanto, nunca pagarán más que su valoración por el auto. Los vendedores, por su parte, obtienen utilidad positiva vendiendo a cualquier precio más alto que su propia valoración por el auto, aunque prefieren vender al mayor precio posible. De las observaciones anteriores, se concluye que en equilibrio los vendedores piden exactamente la valoración del comprador por el auto y los compradores aceptan¹. Es decir, los autos buenos se trazan en 3 millones y los malos en 1.

Observación: Notemos que esta asignación es eficiente en el sentido de Pareto.

(b) Encuentre un equilibrio del mercado con información asimétrica. Compare su respuesta con lo encontrado en (a).

Respuesta: Si consideramos que hay asimetrías de información en este mercado, entonces el vendedor conoce el tipo del auto que vende, pero no así el comprador. En este contexto, en cualquier equilibrio todos los autos se deben vender al mismo precio.

Como hay 15 autos buenos y 15 malos, desde el punto de vista de los compradores, el valor esperado de un auto es de 2 millones, y por lo tanto, nunca pagarán más que esto, pues en valor esperado estarían recibiendo utilidad negativa. Lamentablemente, los vendedores que poseen autos buenos no están dispuestos a vender a este precio, pues su valoración por el auto es mayor. De esta forma, los compradores de alguna manera “actualizan sus creencias” y saben que en este mercado nunca encontrarán un auto bueno, por lo que realmente están dispuestos a pagar sólo hasta su valoración por un mal auto.

Se concluye que en equilibrio los vendedores con autos buenos no pueden vender (son expulsados del mercado) y los autos malos se trazan a 1 millones.

Observación: Notar que el equilibrio fue definido en ninguna de las partes anteriores. Queda propuesto definirlo formalmente.

Nota: Lo que mencioné en la auxiliar: a los que quieran profundizar en este tema, les podría ser de interés leer: “The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism”, de George Akerlof.

¹Suponemos que ante la indiferencia el comprador compra el auto.

Problema 2. Uruguay.

El país Uruguay necesita urgentemente mejorar su situación económica. El presidente de Uruguay sabe que toda solución pasa por contratar un nuevo ministro de economía (y con urgencia). Sin embargo, teme que el economista que contrate resulte ser un charlatán. Por lo tanto, decide crear un contrato que sólo sea aceptable para un economista serio.

Se sabe que la probabilidad de que el paquete de medidas de un economista charlatán tenga éxito es de 4%. Por otra parte, debido a la crítica situación que enfrenta Uruguay, la probabilidad de que un economista serio tenga éxito como ministro es sólo de 40%. Tanto economistas serios como charlatanes son aversos al riesgo, con función de utilidad $u(w) = w^{\frac{1}{2}}$. Ningún economista serio trabajará en el ministerio si la utilidad esperada del contrato es menor que $U = 10$. Los charlatanes se conforman con menos, $U = 1$. El presidente de Uruguay es neutral al riesgo, pero quiere diseñar un contrato inaceptable para charlatanes ya que el costo político es demasiado alto. Defina w_e y w_f como los salarios de éxito y fracaso respectivamente.²

(a) Formule el problema que debe resolver el presidente de Uruguay.

Respuesta: El presidente de Uruguay desea contratar a un ministro de economía, y debe para ello encontrar los salarios w_e y w_f (en caso de éxito y fracaso respectivamente) que debe pagar, de tal manera que maximicen su utilidad, o lo que es lo mismo, que minimicen sus costos (dado que no se presenta la función de ingreso ni una función de utilidad del presidente). Luego, la función objetivo del presidente de Uruguay estaría dada por:

$$\begin{aligned} \min_{w_e, w_f} \quad & \mathbb{P}[\text{éxito} \mid \text{econ. serio}]w_e + \mathbb{P}[\text{fracaso} \mid \text{econ. serio}]w_f \\ \Leftrightarrow \quad & \min_{w_e, w_f} \quad 0,4w_e + 0,6w_f \end{aligned}$$

Recordar que el presidente de Uruguay no es capaz de soportar el costo político de contratar a un charlatán, por lo tanto, el diseño del contrato (y por ende, la función objetivo) debe asumir que no se contrataría ningún charlatán. Además, el contrato debe ser tal que le convenga para un economista serio, por lo que el espacio de posibilidades debe estar sujeto a:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[U_{\text{serio}}(w_e, w_f)] & \geq U_{\text{min. serio}} \\ \Leftrightarrow \quad 0,4\sqrt{w_e} + 0,6\sqrt{w_f} & \geq 10 \end{aligned}$$

Análogamente, para lograr que el contrato sea inaceptable para charlatanes, debe imponerse que:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[U_{\text{charlatán}}(w_e, w_f)] & < U_{\text{min. charlatán}} \\ \Leftrightarrow \quad 0,04\sqrt{w_e} + 0,96\sqrt{w_f} & < 1 \end{aligned}$$

Luego, tenemos que el problema que debe resolver el presidente de Uruguay es:

$$\begin{aligned} \min_{w_e, w_f} \quad & 0,4w_e + 0,6w_f \\ \text{s.a:} \quad & 0,4\sqrt{w_e} + 0,6\sqrt{w_f} \geq 10 \\ & 0,04\sqrt{w_e} + 0,96\sqrt{w_f} < 1 \end{aligned}$$

(b) Utilice las condiciones de primer orden para mostrar que los multiplicadores asociados a las restricciones son positivos (es decir que ambas restricciones influyen en el problema).

Respuesta: Planteamos el Lagrangeano correspondiente:

$$L(w_e, w_f, \mu, \lambda) = 0,4w_e + 0,6w_f - \mu(0,4\sqrt{w_e} + 0,6\sqrt{w_f} - 10) + \lambda(0,04\sqrt{w_e} + 0,96\sqrt{w_f} - 1)$$

Para verificar que los multiplicadores asociados son positivos obtenemos las derivadas parciales:

$$L_{w_e}(w_e, w_f, \mu, \lambda) = 0,4 - \mu \cdot 0,4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{w_e}} + \lambda \cdot 0,04 \cdot \frac{1}{2\sqrt{w_e}} = 0$$

²Tanto el problema como la mayor parte de la pauta los saqué de una guía de ejercicios de la Facultad de Economía y Negocios.

$$\Leftrightarrow 0,2\sqrt{w_e} = 0,1\mu - 0,01\lambda$$

$$L_{w_f}(w_e, w_f, \mu, \lambda) = 0,6 - \mu \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{w_f}} + \lambda \cdot 0,96 \cdot \frac{1}{2\sqrt{w_f}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 0,2\sqrt{w_f} = 0,1\mu - 0,16\lambda$$

Luego obtenemos (restando):

$$0,2(\sqrt{w_e} - \sqrt{w_f}) = (0,16 - 0,1)\lambda$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{4}{3}(\sqrt{w_e} - \sqrt{w_f})$$

Dado que es esperamos que el ministro solucione los problemas de la economía, es lógico pagar más si es que resultado es exitoso, es decir, $w_e > w_f \Rightarrow \lambda > 0$. Reemplazando el valor de μ en:

$$0,2\sqrt{w_e} = 0,1\mu - 0,01\lambda$$

Obtenemos que:

$$\lambda = 2\sqrt{w_e} + \frac{4}{3}(\sqrt{w_e} - \sqrt{w_f}) \Rightarrow \lambda > 0$$

Luego, ambos multiplicadores son estrictamente positivos. Por lo tanto, las restricciones son activas.

(c) En base a lo anterior, encuentre los salarios w_e y w_f .

Respuesta: Puesto que los multiplicadores son positivos, podemos imponer:

$$\begin{aligned} 0,4\sqrt{w_e} + 0,6\sqrt{w_f} &= 10 \\ 0,04\sqrt{w_e} + 0,96\sqrt{w_f} &= 1 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$w_f = 0, \quad w_e = 625$$

(d) Calcule el costo de este contrato respecto al caso en que el presidente de Argentina puede determinar a simple vista si el economista es un charlatán.

Respuesta: De lo anterior se obtiene que el costo del contrato es 625.

Si se puede distinguir a simple vista cuál economista es serio y cuál un charlatán, entonces no necesitará definir 2 salarios diferentes para el caso de éxito y fracaso, pues la función de éstos es la de poder crear un contrato que pueda discriminar automáticamente a 2 (o más) tipos de empleados. Realizando un desarrollo similar al anterior, podemos encontrar el costo del contrato y verificar lo anteriormente expuesto. Notar que no queremos inducir esfuerzo por parte del economista.

Luego el problema del presidente es:

$$\begin{aligned} \min_w \quad & w \\ \text{s.a:} \quad & w \geq 10 \end{aligned}$$

La solución de este problema es claramente $w = 10$.

El salario es exactamente el costo del contrato, muchísimo menor al encontrado en la parte anterior.

Problema 3. Monopolio.

Guía examen, Problema 6. Considere un monopolio que enfrenta un continuo de consumidores. Hay dos tipos de consumidores $t \in \{1, 2\}$, y un consumidor tipo t que compra una unidad del bien tiene una utilidad $v_t(x) - w$, donde x es la calidad comprada y w es el pago realizado. Suponga que una fracción $\pi \in (0, 1)$ de los consumidores es tipo $t = 1$. Si el monopolio vende una unidad del bien de calidad x a precio w , entonces su pago es $w - x$. Cada consumidor decide si comprar o no, si no compra su utilidad de reserva es 0.

- (a) Caracterice la solución del problema del monopolio con información completa.
- (b) Suponiendo que $v_t(x) = t\sqrt{x}$, resuelva el problema del monopolio cuando no puede distinguir a los consumidores. Contraste la solución encontrada con su respuesta en (a).