

Auxiliar 12

Repaso General

Profesor: Juan Escobar
Auxiliares: Benjamín Vatter, Leonel Huerta

5 de Noviembre, 2014

Problema 1. Juego de favores.

Problema 14, Guía 2. Considere un conjunto $\{1, \dots, N\}$, con $N \geq 3$, de amigos que juegan el siguiente juego de favores. En cada $t \in \{1, \dots, N\}$, el jugador t decide si hacerle o no un favor al jugador $t + 1$ (si $t = N$ entonces el jugador N decide si hacerle o no un favor al jugador 1). De este modo, el conjunto de acciones del jugador que mueve en la ronda t es $\{F, NF\}$ (F si hace el favor, NF si no lo hace). El costo de hacer el favor es igual a $c > 0$ para el habitante t , pero el habitante $t + 1$ (o 1 si $t = N$) que recibe el favor tiene un beneficio igual a $v > 0$. Los amigos descuentan pagos a tasa $\delta < 1$. Por ejemplo, si todos los amigos hacen favores el vector de pagos es:

$$(-c + \delta^{N-1}v, (v - \delta c), \delta(v - \delta c), \dots, \delta^{N-2}(v - \delta c))$$

Si el jugador 1 es el único que hace el favor el vector de pagos es $(-c, v, 0, \dots, 0)$ y si sólo N hace el favor los pagos son $(\delta^{N-1}v, 0, \dots, 0, -\delta^{N-1}c)$. El juego es de información perfecta. Suponemos que $v - \delta c > 0$.

(a) Describa el conjunto de estrategias de cada jugador.

(b) Calcule todas las soluciones de inducción reversa.

(c) Sea $\sigma = (\sigma)_i$ un perfil de estrategias. Defina $h^\sigma \in \{F, NF\}^N$ como la historia que resulta una vez que el juego se ha jugado con los jugadores usando la estrategia σ . Muestre que si σ es un EN, entonces $h^\sigma = (NF, \dots, NF)$.

En lo que sigue, suponga ahora que el juego es infinitamente repetido de modo que en cada $t \geq 1$ de la forma $t = nN + m$, donde $n \in \mathbb{N}$ y $m = m(t) \in \{1, \dots, N\}$, el jugador m decide si hacerle o no un favor al jugador $m + 1$ (si $m = N$ el favor se lo hace al jugador 1)

(d) Considere un subjuego en t donde i debe jugar (decidir si hace o no el favor). Encuentre un EPS en cualquier subjuego de la ronda $t + 1$ que minimiza el pago total de equilibrio del jugador i .

(e) Muestre que el juego tiene un EPS en el que en cada ronda se hace el favor ssi:

$$(v - \delta c) \frac{\delta^N}{1 - \delta^N} \geq \delta c$$

HINT: Use la parte (d).

(f) Explique por qué es más difícil que haya cooperación cuando N crece.

Problema 2. Un mercado demasiado pequeño.

Problema 19, Guía 2. Dos firmas se encuentran compitiendo en un mercado que se ha vuelto demasiado pequeño. Las firmas deciden simultáneamente si abandonar (A) o no (NA) el mercado. Si una firma abandona el mercado, entonces obtiene un pago igual a 0 independiente de lo que haga su rival. Si ninguna abandona entonces, dado que el mercado es muy chico, las firmas tienen pérdidas de modo que el pago de cada una es igual a $-c$, con $c > 0$. Si sólo una decide no abandonar, entonces esa firma se convierte en monopolio y obtiene utilidades $\pi > 0$.

(a) Dibuje la matriz de pagos del juego y encuentre todos los EN del juego.

(b) Suponga que una de las firmas juega una estrategia en que abandona con probabilidad p y no abandona con probabilidad $1 - p$, donde $p \in [0, 1]$. Encuentre la mejor respuesta de la firma rival. Encuentre todos los ENEM del juego.

(c) Explique como cambia el ENEM (no degenerado) cuando suben las utilidades monopolísticas π .

(d) Suponga ahora que una de las firmas, la firma 1, obtiene un beneficio ligeramente mayor de modo que si resulta ser el monopolio sus utilidades son $\Pi > \pi$. Todos los otros parámetros del juego permanecen inalterados. Sin hacer cálculos, explique por qué en el nuevo equilibrio la firma 1 jugará abandonar o no abandonar con las mismas probabilidades que las encontradas en (b). En particular, contraste su respuesta con la estática comparativa realizada en (c).

(e) Considere una variación del juego, en la que cada firma i conoce sus utilidades π_i si obtiene el monopolio, pero no conoce las utilidades monopólicas del rival. Desde la perspectiva de la firma i , las utilidades monopólicas de la firma $-i$ se distribuyen uniformemente en el intervalo $[0, 1]$.

1. Describa el espacio de estrategias para la firma i .
2. Suponga que la firma $-i$ abandona ssi $\pi_{-i} < x$, donde x es un parámetro que debe ser determinado. Calcule el pago esperado de la firma i que conoce su tipo π_i y conoce la *estrategia* de la firma $-i$.
3. Encuentre un equilibrio Bayesiano del juego.