

Auxiliar 10

Juegos Repetidos y Juegos Bayesianos.

Profesor: Juan Escobar
 Auxiliares: Benjamín Vatter, Leonel Huerta

21 de Octubre, 2014

Problema 1. Alberto y Bernardo.

Alberto y Bernardo están involucrados en una disputa y deben decidir pelear (P) o ceder (C). Alberto no sabe si Bernardo es *débil* o *fuerte*, pero es de conocimiento común que con probabilidad α es fuerte. Bernardo está completamente informado. Las preferencias de cada uno están representadas por el valor esperado de sus pagos, asignando 0 a quien cede, 1 si el jugador pelea y el otro cede. Si ambos pelean, los pagos son $(-1, 1)$ si Bernardo es fuerte y $(1, -1)$ si es débil.

- Formule esta situación como un juego Bayesiano.
- Encuentre los equilibrios bayesianos si $\alpha < 1/2$ y si $\alpha > 1/2$.

Problema 2. Dilema del Prisionero repetido.

Considere el dilema del prisionero (simétrico) descrito por la siguiente tabla:

		J_2	
		C	D
J_1	C	1	$-l$
	D	$1 + g$	0

Donde los pagos que aparecen en la matriz corresponden a los del jugador 1 y $l, g > 0$. Encuentre el δ mínimo que sustenta la colusión en el camino del equilibrio utilizando estrategias gatillo.

Problema 3. Pedro y Juan.

Control 2, Primavera 2013. Pedro y Juan son dos amigos que juegan repetidamente el siguiente juego de favores. En cada $t \geq 1$, sólo un amigo necesita ayuda; suponemos que con probabilidad $\pi_i \geq 0$ el jugador i necesita ayuda con $\pi^P + \pi^J = 1$ (las realizaciones son iid a través del tiempo). Si i es el jugador que necesita ayuda, entonces $-i$ puede ayudar (A) o no ayudar (NA); si $-i$ no ayuda entonces los pagos del período son 0 para ambos jugadores, mientras que si $-i$ ayuda entonces i tiene un beneficio igual a 1, pero $-i$ incurre en un costo igual a $c > 0$, con $1 > c$. Los amigos descuentan pagos con un factor de descuento $\delta < 1$.

- Encuentre el EN del juego de etapa.
- Muestre que si $\pi_i - c\pi_{-i} > 0$ para todo $i = P, J$, entonces para todo $\delta \geq \max\{\frac{c}{\pi_i - c\pi_{-i} + c} \mid i = P, J\}$ existe un EPS (en estrategias gatillo) tal que en el camino del equilibrio los amigos se ayudan.

En lo que sigue consideramos una situación en la que Pedro tiende a necesitar más ayuda que Juan. Más específicamente, suponemos $\pi_P = 2/3$ y $\pi_J = 1/3$ y, por simplicidad, $c = 1/2$.

- Muestre que las estrategias gatillo usadas en (b) no son un EPS. Explique intuitivamente su resultado.
- Consideremos estrategias asimétricas, en las cuales en el camino del equilibrio Juan no siempre ayuda a Pedro. Al principio de cada periodo, permitimos que los amigos observen la realización de una moneda balanceada. En el camino del equilibrio permitimos que si Pedro necesita ayuda, pero la moneda muestra sello, Juan no hace el favor a Pedro; en todos los otros escenarios, el favor debe hacerse. Explique intuitivamente porqué el permitir que Juan no haga algunos favores hace más fácil que en equilibrio se hagan favores.

Problema 4. Restaurant. (Propuesto)

Control 1, Otoño 2012. Juanito va a comer a un restaurant. La mesera debe escoger si le da un buen servicio o un mal servicio. Juanito decide si le da propina o no. A la mesera le gusta recibir propina, pero tiene un costo de dar un buen servicio. A Juanito le gusta recibir un buen servicio, pero no le gusta dar propinas. Supongo que sólo se pueden dar dos propinas: 0 ó 2. Para Juanito un buen servicio vale 6 y uno malo 0. Para la mesera el costo de proveer un buen servicio es 1.

- (a) Dibuje el juego en forma extensiva.
- (b) ¿Existen estrategias dominadas en este juego?
- (c) Encuentre los equilibrios en subjuego perfecto.
- (d) Ahora Juanito va a comer todas las semanas al mismo restaurant y lo atiende la misma mesera. Ambos descuentan sus utilidades futuras a tasa δ . Encuentre el mínimo δ tal que Juanito da propina y recibe un buen servicio (considere estrategias gatillo).