Auxiliar 8

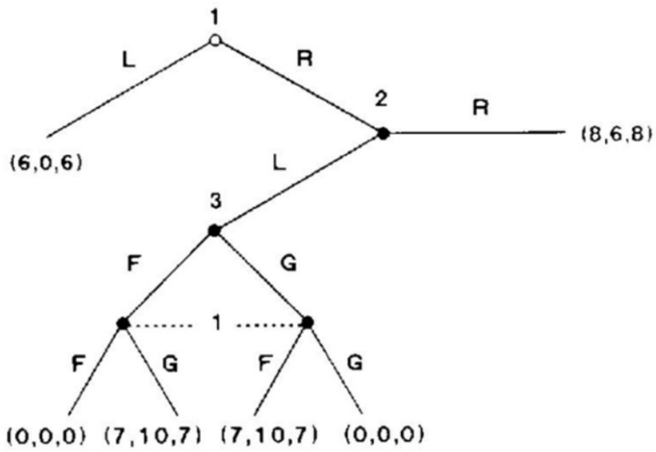
Juegos con Información Imperfecta y Juegos repetidos

Profesor: Juan Escobar
Auxiliares: Benjamín Vatter, Leonel Huerta

8 de Octubre, 2014

Problema 1. Un juego con información imperfecta.

Considere el siguiente juego de 3 jugadores en forma extensiva:



(a) Identifique todos los subjuegos.

(b) Resuelva el juego que parte cuando juega el jugador 3 por primera vez. ¿De qué tipo de juego se trata?

(c) Encuentre todos los EPS de este juego.

(d) Explique porqué es discutible el resultado encontrado en (b).

Problema 2. A veces es mejor tener menos información.

El siguiente juego muestra que hay ocasiones en que más información puede ser perjudicial socialmente.

Dos empresas que tienen la concesión de ventas en el estadio deben decidir el día antes si compran bronceador o paraguas para vender el día del partido. El orden de las jugadas es el siguiente:

- La naturaleza decide si mañana lloverá o habrá sol con igual probabilidad. Las empresas A y B, decidirán qué comprar sin conocer la movida de la naturaleza.
- El jugador A elige si compra paraguas o bronceador.
- El jugador B observa la decisión del jugador A, y luego, decide si compra bronceador o paraguas.

Los pagos del juego son como sigue: Si ambas empresas compran lo mismo, entonces el pago es 1 para cada uno, independientemente si llueve o hay sol. Si llueve y uno compra paraguas y el otro bronceador, el pago del que compra paraguas es 4, y el pago del que compra bronceador es 0. Por último si hay sol y uno compra bronceador y uno paraguas, el pago del que compra bronceador es 4, y el pago del que compra paraguas es cero.

(a) Describa el juego y luego represéntelo en forma extensiva.

(b) Demuestre que las siguientes combinaciones de estrategias son equilibrios perfectos en subjuegos:

- A compra bronceador, B compra paraguas.
- A compra paraguas, B compra bronceador.

¿Cuál es el pago esperado de cada empresa en equilibrio?

(c) Suponga ahora que es conocimiento común que la empresa A recibe información confidencial de TV Tiempo y sabe con certeza si mañana lloverá o habrá sol antes de comprar. El jugador B sigue sin saber cual fue la movida de la naturaleza. Encuentre el único equilibrio perfecto en subjuegos y muestre que ambas empresas terminan peor que cuando ninguna conoce el estado de la naturaleza. Explique.

(d) Suponga que la empresa A se fusiona con la empresa B, pasando a detentar el monopolio de las ventas en el estadio. Demuestre que ahora más información es siempre mejor que menos información. Explique.

Problema 3. Un juego finitamente repetido con varios equilibrios estáticos.

Considere el juego de multi-etapa correspondiente a la repetición 2 veces del siguiente juego:

		$J2$		
		L	M	R
	U	$0,0$	$3,4$	$6,0$
$J1$	M	$4,3$	$0,0$	$0,0$
	D	$0,6$	$0,0$	$5,5$

Es decir, en $t = 1$, los jugadores 1 y 2 simultáneamente deciden entre U, M, D y L, M, R, respectivamente. Al final del período observan la jugada del otro jugador y en $t = 2$ vuelven a decidir que acción tomar. Suponga que los jugadores descuentan el futuro mediante un factor $\delta \in (0, 1)$.

(a) Suponga que el juego se juega una única vez y encuentre todos los equilibrios de Nash. ¿Qué sucede con el pago socialmente eficiente?

(b) Suponga que $\delta > 7/9$ y encuentre un EPS tal que se juegue (D,R) en alguna etapa del juego.

Problema 4. Negociación de Rubinstein-Ståhl. (Propuesto)

Considere el siguiente modelo propuesto por Rubinstein en 1982, en el que 2 jugadores deben decidir como repartirse un pastel de tamaño 1. En los períodos 0,2,4,... el jugador 1 propone una repartición $(x, 1-x)$ que el jugador 2 puede aceptar o rechazar. Si el jugador 2 acepta cualquier oferta, el juego se acaba. Si el jugador 2 rechaza la oferta en el período $2k$, entonces en el período $2k + 1$ puede ofrecer una repartición $(x, 1 - x)$ que el jugador 1 puede aceptar o rechazar. Si el jugador 1 acepta la oferta del jugador 2 en cualquier período, el juego se acaba. Si la rechaza, entonces puede hacer una oferta en el período siguiente y así sucesivamente.

Suponga que el juego se puede jugar por infinitos períodos (si nadie nunca acepta las ofertas) y que los jugadores tienen factores de descuento intertemporales de δ_1 y δ_2, no necesariamente iguales.

(a) Muestre que existen EN del juego que no son EPS.

(b) Encuentre un EPS del juego.

Suponga ahora que el juego se juega sólo durante T períodos[1] . Si nadie acepta en el período T, entonces el pastel se le regala a los auxiliares del curso y los jugadores obtienen utilidad cero.

(c) Resuelva el juego para el caso en que T es par.

(d) Resuelva el juego para el caso en que T es impar.

(e) Muestre que los pagos de equilibrio en los 2 casos anteriores convergen a un mismo límite cuando $T \longrightarrow \infty$.

[1] El trabajo de Ståhl (1972) considera la versión finita de este juego.