

Guía 1

P11. *El enunciado es el mismo, pero las preguntas que respondo son ligeramente distintas...*

(a) Encuentre las funciones de mejor respuesta de cada jugador. Grafique.

Respuesta:

El jugador 1 resuelve:

$$\max_{e_1 \geq 0} k \log(e_1 + e_2) - e_1$$

La condición de primer orden es:

$$\frac{k}{e_1 + e_2} - 1 = 0$$

De donde obtenemos que la función de mejor respuesta para el jugador 1 es:

$$BR_1(e_2) = \max\{k - e_2, 0\}$$

Notando que el problema de optimización que resuelve el jugador 2 es exactamente el mismo que el planteado para el jugador 1 (con $k = 1$ e intercambiando los roles de e_1 y e_2), obtenemos que:

$$BR_2(e_1) = \max\{1 - e_1, 0\}$$

Graficar queda propuesto.

(b) Encuentre todos los EN del juego y discuta la relación entre la heterogeneidad en los pagos y los esfuerzos de equilibrio. Compare el EN con el perfil de acciones que maximiza la suma de utilidades.

Respuesta:

Notemos que en un gráfico de e_1 versus e_2 el único punto de intersección de las funciones de mejor respuesta dadas en la parte anterior es $(k, 0)$. Luego, el único EN del juego es cuando $e_1 = k$ y $e_2 = 0$.

La heterogeneidad en los pagos resulta en que el estudiante que valora más la limpieza de la sala termina haciendo el esfuerzo por mantenerla limpia, mientras que el otro estudiante no hace nada pues sabe que su compañero limpiará. El resultado respalda la intuición, es de esperar que quien más valore la limpieza se esfuerce más por conseguirla.

Busquemos entonces un perfil de acciones que maximice la suma de utilidades. Debemos resolver:

$$\max_{e_1, e_2 \geq 0} k \log(e_1 + e_2) - e_1 + \log(e_1 + e_2) - e_2$$

La condición de primer orden de este problema es:

$$\frac{k}{e_1 + e_2} - 1 + \frac{1}{e_1 + e_2} = 0$$

De donde obtenemos que cualquier perfil de acciones que maximice la suma de las utilidades satisface que:

$$e_1 + e_2 = k + 1$$

Por lo tanto, la suma de los esfuerzos es mayor en este caso que en la situación en que cada estudiante maximiza por separado (la suma era igual a k). Es probable que la sala de estudio se mantenga más limpia que antes.