

Auxiliar 4

Estrategias Mixtas y Teoría Evolutiva de Juegos

Profesor: Juan Escobar
 Auxiliares: Benjamín Vatter, Leonel Huerta

27 de Agosto, 2014

Problema 1. Matching Pennies.

Sea $\alpha \in (0, 1)$ y considere la siguiente modificación del conocido juego *Matching Pennies*.

		J_2	
		I	D
J_1	I	1, -1	-1, 1
	D	-1, 1	1, -1
	α	$\alpha, 0$	$\alpha, 0$

Es decir, el jugador 1 tiene una nueva opción: α .

- Encuentre las “funciones” de mejor respuesta para cada jugador.
- Encuentre el conjunto de equilibrios de Nash del juego.

Problema 2. Halcones y Palomas.

Existe un ecosistema con halcones (H) y palomas (P) que compiten por alimentos R . Si dos halcones se enfrentan se reparten la comida y ambos sufren un daño por pelea D , con $D > R$. Si un halcón se enfrenta a una paloma, entonces el halcón se lleva todo el alimento. Finalmente, si dos palomas se enfrentan, se reparten el alimento sin peleas.

- Plantee el juego en forma normal y encuentre todos los equilibrios de Nash.
- Considere $D = 4$ y $R = 2$. Encuentre las estrategias evolutivamente estables.

Problema 3. Partido de fútbol.

(Control 1, Primavera 2012) Considere que dos equipos de fútbol desean hacer un partido, pero no se pusieron de acuerdo en quién lleva la pelota. Entonces, cada jugador decide individualmente si la lleva o no. El partido se puede desarrollar solamente si llega al menos una persona con el balón. Si se realiza el partido, todos obtienen una utilidad de 1, en cambio, si no se desarrolla, todos tienen una utilidad de cero. El costo de llevar la pelota para los jugadores del equipo 1 es c_1 y de c_2 para los del equipo 2. La cantidad de jugadores son n_1 y n_2 respectivamente (no necesariamente iguales, pueden llevar la cantidad de reservas que quieran). Suponga $0 < c_1 < c_2 < 1$.

- Encuentre el EN.
- ¿Es socialmente eficiente?
- Encuentre el ENEM.
- ¿Qué pasa con la probabilidad de llevar la pelota de los jugadores del equipo 1 cuando c_2 aumenta?

Problema 4. Prácticas de verano. (Propuesto)

(Control 1, Otoño 2014) $n \geq 2$ alumnos de ingeniería industrial postulan simultáneamente a prácticas de verano. Hay $M \leq n$ posibles empresas donde postular y cada empresa necesita sólo un alumno. Si dos o más alumnos postulan a la empresa m , entonces la empresa decidirá aleatoriamente entre los postulantes al alumno que obtiene la práctica en esa empresa. Cada alumno puede postular a una sola empresa, de modo que una estrategia para el alumno i es $s_i \in \{1, \dots, M\}$. La utilidad del jugador i es igual a la probabilidad de obtener una práctica:

$$u_i(s) = \frac{1}{|\{j \in \{1, \dots, n\} : s_j = s_i\}|}$$

- (a) Encuentre las estrategias que sobreviven a la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas.
- (b) Muestre que si $s^* \in S$ es un EN (en puras), entonces la cantidad de postulantes a la empresa m difiere de la cantidad de postulantes de la empresa $\bar{m}$ en, a lo más, 1. Es decir, si

$$|\{i : s_i^* = m\}| \geq |\{i : s_i^* = \bar{m}\}|$$

Entonces $|\{i : s_i^* = m\}| = |\{i : s_i^* = \bar{m}\}| + 1$.

- (c) Muestre que la condición necesaria encontrada en (b) es también suficiente. Muestre el conjunto de EN cuando $M = n$.
- (d) Encuentre un ENEM (que no sea en puras).
- (e) Suponga que $n = 2$ y $M = 2$. Encuentre todas las estrategias evolutivamente estables (en puras y mixtas).