Pauta Auxiliar # 11

Repaso C2

Profesores: Álvaro Brunel, Alejandra Mizala
Auxiliar: Leonel Huerta

12 de Noviembre, 2014

Problema 1.

La empresa "Cartones Corrugados S.A." produce cajas de cartón duro que son vendidas en paquetes de mil cajas. El mercado es altamente competitivo con paquetes que se venden a \$100. La curva de costos es:

$$C(Q) = 3.000.000 + 0,001 \cdot Q^2$$

(a) Calcule la cantidad que maximiza el beneficio.

Respuesta: Sabemos que la empresa maximiza cuando la cantidad es tal que:

$$P = CMg(Q)$$

Calculando se obtiene que:

$$CMg(Q) = 0{,}002Q \;\Rightarrow\; 100 = 0{,}002Q \;\Rightarrow\; Q = 50.000$$

(b) ¿Está la empresa obteniendo beneficios?

Respuesta: El beneficio de la empresa viene dado por:

$$\begin{aligned}\Pi &= P \cdot Q - C(Q)\\ &= 100 \cdot 50.000 - (3.000.000 + 0,001 \cdot (50.000)^2)\\ &= 5.000.000 - 3.000.000 - 2.500.000\\ &= -500.000\end{aligned}$$

Y por lo tanto, la empresa no está obteniendo beneficios.

(c) Analice la situación de la empresa ¿Debería cerrar en el corto plazo?

Respuesta: Si la empresa cierra ($Q = 0$), su utilidad viene dada por:

$$\Pi_{cierre} = \cancel{P \cdot Q} - (3.000.000 + \cancel{0,001 \cdot Q^2}) = -3.000.000$$

Luego la empresa pierde menos si sigue operando y, por lo tanto, debería seguir en el mercado.

Problema 2. Función de producción.

Considere una firma que produce un único bien a partir de capital K y trabajo L a través de una función de producción $f(K,L) = K^{1/4}L^{1/4}$. La firma toma como datos la renta del capital r, el salario del trabajo w y el precio del bien que produce p.

(a) Verifique si se trata de factores complementarios o sustitutos.

Respuesta: Nos interesa analizar las derivadas cruzadas de la función de producción. Así:

$$\begin{aligned} f(K,L) = K^{1/4}L^{1/4} \quad &\Longrightarrow \quad f_K := \frac{\partial f}{\partial K}(K,L) = \frac{1}{4}K^{-3/4}L^{1/4} \\ &\Longrightarrow \quad f_{L,K} := \frac{\partial^2 f}{\partial L \partial K}(L,K) = \frac{1}{16}K^{-3/4}L^{-3/4} \end{aligned}$$

Y esta última función es estrictamente positiva para cualquier par (K,L) lo que implica que los factores son complementarios.

(b) Derive la función de costos $C(q,w,r)$ que enfrenta la firma.

Respuesta: La función de costos viene dada por:

$$\begin{aligned} C(q,r,w) = \quad & \text{mín} \quad r \cdot K + w \cdot L \\ & \text{s.a:} \quad q = f(K,L) \end{aligned}$$

Vamos a evitar el Lagrangeano.

Sabemos que:

$$\frac{f_k}{f_L} = \frac{r}{w} \Longrightarrow \frac{\frac{1}{4}K^{-3/4}L^{1/4}}{\frac{1}{4}K^{1/4}L^{-3/4}} = \frac{L}{K} = \frac{r}{w} \Longrightarrow L = \frac{r}{w}K$$

Falta imponer la restricción de producción: $q = K^{1/4}L1/4$.

Luego:

$$\begin{aligned} q^4 = K \cdot L = \frac{r}{w}K^2 \Longrightarrow K(q,r,w) = q^2\sqrt{\frac{w}{r}} \\ \Longrightarrow L(q,r,w) = \frac{r}{w}K(q,r,w) \Longrightarrow L(q,r,w) = q^2\sqrt{\frac{r}{w}} \end{aligned}$$

Y finalmente la función de costos es:

$$C(q,w,r) = r \cdot K(q,r,w) + w \cdot L(q,r,w) = 2q^2\sqrt{rw}$$

(c) Explique qué rendimientos presenta la firma.

Respuesta: Estudiemos la homogeneidad de la función de producción:

Sea $t \geq 0$ una constante. Se tiene que:

$$f(tK,tL) = (tK)^{1/4}(tL)^{1/4} = \sqrt{t} \cdot f(K,L)$$

Y como $\forall t > 1$:

$$f(tK,tL) = \sqrt{t} \cdot f(K,L) < t \cdot f(K,L)$$

Se concluye que la firma presenta rendimientos decrecientes a escala.

(d) Encuentre la demanda por insumos $K(r,w)$ y $L(r,w)$ y la función de utilidad $\pi(p,r,w)$ de la firma.

Respuesta: La firma resuelve:

$$\max_{q\geq 0} \quad P\cdot q - C(q,r,w)$$

En el óptimo:

$$P = CMg \implies p = 4q\sqrt{rw} \implies q^* = \frac{p}{4\sqrt{rw}}$$

(Queremos deshacernos de q...)

Usando los resultados de la parte (b), para el capital tenemos que:

$$K(q^*,r,w) = q^2\sqrt{\frac{w}{r}} = \frac{p^2}{16r\sqrt{rw}} = K(r,w)$$

Y para el trabajo:

$$L(q^*,r,w) = K(p,r,w)\frac{r}{w} = \frac{p^2}{16w\sqrt{rw}} = L(r,w)$$

Finalmente la función de utilidad de la firma viene dada por:

$$\Pi(p,r,w) = P\cdot q^* - r\cdot K^* - w\cdot L^* = p\frac{p}{4\sqrt{rw}} - \frac{p^2}{16\sqrt{wr}} - \frac{p^2}{16\sqrt{rw}} = \frac{p^2}{8\sqrt{rw}}$$

Problema 3. Externalidades.

CTP 4, Primavera 2012, Profesoras: C. Holuigue, A. Mizala.[1]

Considere que la demanda de etanol está dada por la función:

$$P = 100 - Q$$

Y la curva de oferta privada ($P = CMg_p$) es:

$$P = 40 + Q$$

Mientras que la curva de oferta social ($P = CMg_s$) es:

$$P = Q$$

(a) Encuentre la cantidad que se produce en el mercado sin considerar la externalidad.

Respuesta: La cantidad transada sin considerar la externalidad viene dada por:

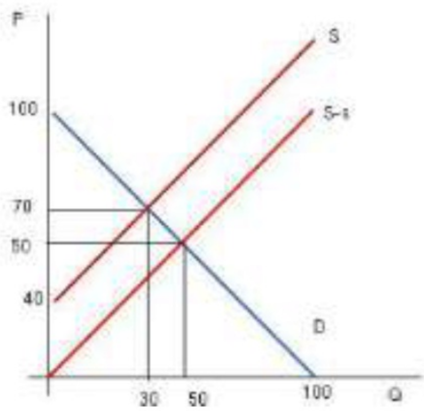
$$100 - Q = 40 + Q$$
$$Q^* = 30$$
$$(P^* = 70)$$

(b) Encuentre la cantidad que debería producirse en el mercado cuando se internaliza la externalidad. ¿Es una externalidad positiva o negativa?

Respuesta: Cuando se considera la externalidad, en equilibrio se intersecta la demanda con la curva de CMg_s:

$$100 - Q = Q$$
$$Q^s = 50$$
$$(P^s = 50)$$

Es una externalidad positiva, ya que lo socialmente óptimo es que se produjera más a un precio menor.



(el gráfico no es obligatorio)

(c) Si el gobierno quiere internalizar la externalidad ¿se debe aplicar un impuesto o un subsidio al productor? ¿de cuánto debe ser este impuesto/subsidio?

Respuesta: Como es una externalidad positiva a la producción, debe aplicarse un subsidio a la producción el cual viene dado por la distancia vertical entre el costo marginal privado y el social.

$$s = CMg_p(Q^s) - CMg_s(Q^s) = 40 + Q^s - Q^s = 40$$

[1] La pauta de esta pregunta es la del ctp.

Problema 4. Equilibrio y bienestar.

Examen, Primavera 2012, Profesoras: C. Holuigue, A. Mizala.. [2]

Como se aproxima el verano, las ventas de helado han comenzado.Se sabe que el precio de equilibrio es 16 y la cantidad de equilibrio es 84, además a través de encuestas realizadas a los consumidores se sabe que si regalaran los helados estos consumirían en total 100 unidades. Por su parte, se sabe que las empresas no pueden ofrecer menos de 20 helados pues no les conviene producir menos.

(a) Represente la curva de oferta y demanda del mercado de helados.

Respuesta: Se sabe que la curva de demanda corta en dos puntos (100, 0) y (84, 16). Luego reemplazando en la ecuación de la recta obtenemos:

$$(x - x_1) = \frac{(y - y_1)}{(x - x_1)}(y - y_1)$$

$$Q - 100 = \frac{84 - 100}{16} \cdot P$$

$$Q = 100 - P$$

Para el caso de la oferta se sabe que los productores no pueden producir menos de 20 unidades, por lo que un primer punto es (20,0)[3] y además comparte con la demanda el punto de equilibrio (84,16). Procediendo de la misma forma obtenemos:

$$Q - 20 = \frac{84 - 20}{16} \cdot P$$

$$Q = 20 + 4P$$

(b) Suponga que se establece un impuesto al consumo de \$4 por unidad. Calcule el nuevo equilibrio, la recaudación y la pérdida/ganancia social.

Respuesta:

$$P_c - P_p = 4$$

$$Q = 100 - P_c$$

$$Q = 20 + 4P_p$$

$$\implies Q = 80,8 \implies P_c = 19,2 \implies P_p = 15,2$$

Luego, como el impuesto es 4 y la cantidad tranzada es 80,8 unidades, la recaudación es:

$$Recaudación = t \cdot Q = 323,2$$

El excedente del consumidor es:

$$EC = \frac{(100 - 19,2) \cdot 80,8}{2} = 3264,32$$

El excedente del productor es:

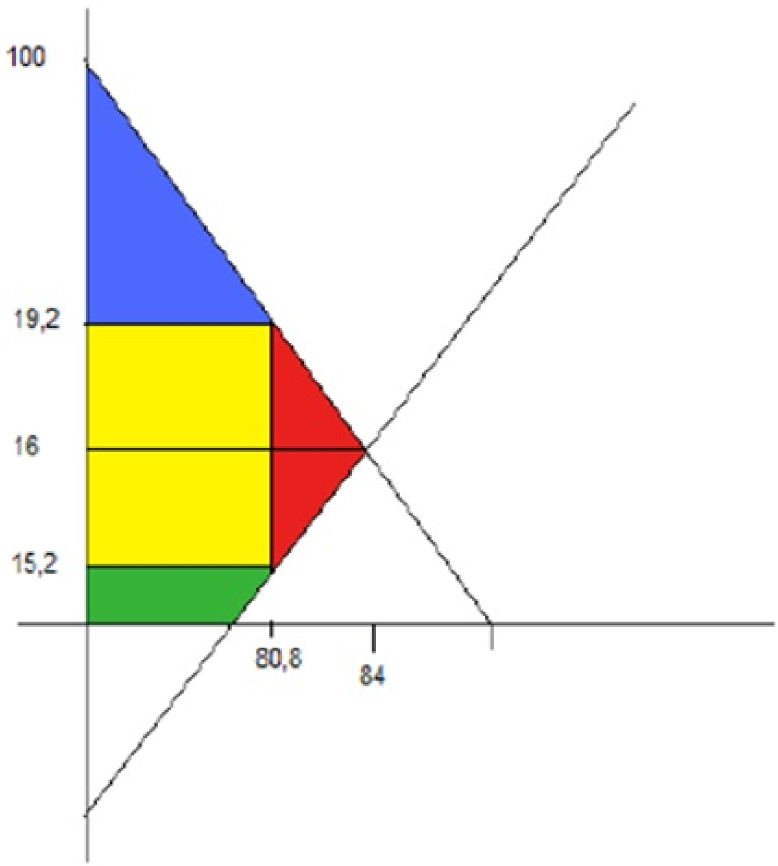
$$EP = 20 \cdot 15,2 + \frac{15,2 \cdot (80,8 - 20)}{2} = 766,8$$

Finalmente la pérdida social es:

$$PS = \frac{((84 - 80,8) \cdot 4))}{2} = 6{,}4$$

[2] La pauta de esta pregunta es la del examen.

[3] Este punto se dijo en el examen, puesto que no es intuitivo decir que los productores estarían dispuestos a vender los helados a contar de un precio igual o casi igual a cero. Debió haberse entregado el costo medio en ese punto como referencia.


100
19,2
16
15,2
80,8
84