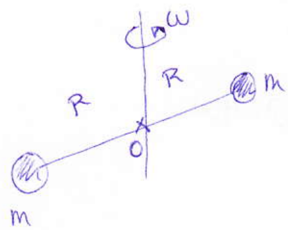
dos masas iguales, $m_1 = m_2 = m$, giran mediante una barra sin masa con un cierto radio R.
Supongamos que la velocidad angular es ω.



- ¿Cómo cambia la velocidad angular ω si movemos las masas en $R/2$ hacia el centro?
- det. las energías cinéticas antes y después de mover las masas.

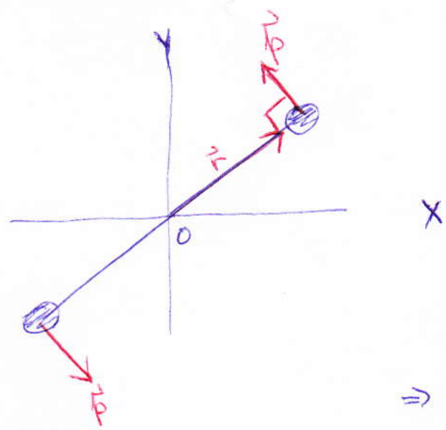
1° para que el momento angular se conserve, los "torques" en el origen deben ser cero, en este caso el torque respecto a O es cero, por lo tanto se conserva. (como no saben torque ~~con~~ AÚN esto quedará así).

2° $\vec{L}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{p}$

como hay dos masas, pues sumamos sus momentos por separados.

$\vec{L}_0 = |\vec{r}_0||\vec{p}| \sin\theta \, (\hat{z})$ ($\vec{L}$ es un vector $\perp$ a $\vec{r}$ y $\vec{p}$)

mirado desde arriba



Los vectores $\vec{r}$ y $\vec{p}$ ESTÁN EN EL PLANO XY, entonces $\vec{L}$ está en $+\hat{z}$

$$\vec{L}_0 = R\cdot mv\cdot \cancelto{1}{\sin 90}\,(\hat{z}) + Rmv\cdot\cancelto{1}{\sin(90)}\,(\hat{z})$$

$$\vec{L}_0 = 2Rmv\,(\hat{z})$$

pero $v = \omega R$

$$\Rightarrow \vec{L}_0 = 2Rm(\omega R) = 2\underbrace{mR^2}_{I_0}\omega$$

I_0 momento inercia respecto a O.

ahora supongamos que el radio es $R/2$ (ahora gira con ω') $v' = \omega' R$

$$\vec{L}_F = \frac{R}{2} m v'(\hat{z}) + \frac{R}{2} m v'(\hat{z})$$

$$= \frac{R}{2} m\cdot\omega'\frac{R}{2}(\hat{z}) + \frac{R}{2} m\omega'\frac{R}{2}(\hat{z}) = \frac{1}{2} m R^2 \omega'(\hat{z})$$ //

(notar que si en $\vec{L}_0$ cambiamos $R \to R/2$ llegamos a lo mismo)

igualamos: $\vec{L}_0 = \vec{L}_F$

$$2\cancel{m}\cancel{R^2}\omega = \frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{R^2}\omega'$$

$$\boxed{4\omega = \omega'}$$ //

conclusión: la velocidad angular aumenta 4 veces (GIRA MÁS RÁPIDO).

b) energía:

$\cancel{K_i = \frac{1}{2}m v'^2 + \frac{1}{2} m v'^2}$

$K_i = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2$ (v inicial) (v' después)

$K_i = m v^2 = m \cdot (\omega \cdot R)^2 = m \omega^2 R^2 = \underbrace{m R^2}_{\text{el momento de inercia (de nuevo!)}} \omega^2 = I \omega^2$

$K_F = \frac{1}{2} m v'^2 + \frac{1}{2} m v'^2 = m v'^2 = m \left(\omega' \frac{R}{2}\right)^2 = m \cdot \omega'^2 \frac{R^2}{4}$ // $\omega' = 4\omega$.

$K_F = m (4\omega)^2 \frac{R^2}{4} = \frac{\cancel{16}}{\cancel{4}} m R^2 \omega^2 = 4 m R^2 \omega^2$.

- observaciones y conclusiones: → $\vec{L}$ se conserva si el torque es nulo en algún punto en todo instante de tiempo

→ $\vec{L} = \vec{I}\omega$.

→ $K_{ROTACIÓN} = \frac{1}{2} I \omega^2$ (en general).