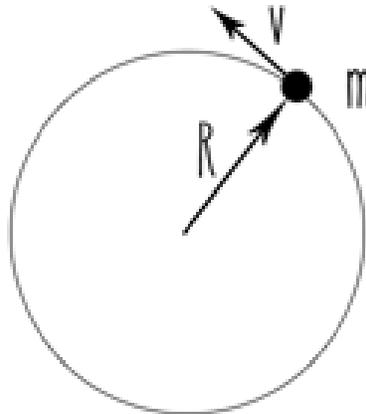


Repaso Auxiliar: Momento angular

Auxiliar: Marco Casanova.

Pregunta 1. Determine el momento angular de una partícula de masa m que realiza un movimiento circular de radio R con velocidad angular ω . Utilice este resultado para determinar el momento angular de una esfera maciza de radio R que gira en torno a un eje que pasa por su diámetro.



Solución:

La definición del momento angular es:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \theta = |\vec{r}| |m\vec{v}| \sin \theta = m|\vec{r}| |\vec{v}| \sin \theta$$

En donde el ángulo θ es el ángulo entre el radio R y la velocidad v .

Si tomamos como origen el centro del círculo tenemos que $\theta=90^\circ$ (la velocidad es tangente a la circunferencia).

Por tanto, el valor del momento angular en el movimiento circular de una partícula es:

$$\vec{L} = m|\vec{r}| |\vec{v}| \sin 90^\circ = mRv$$

Reemplacemos la velocidad tangencial v por la velocidad angular, cuya relación es: $v=\omega R$

$$\vec{L} = mR(\omega R) = mR^2\omega = I\omega$$

En donde se ha definido $I = mR^2$. La cantidad I se llama "momento de inercia" cuyas dimensiones corresponden a $[M L^2]$.

Ahora amplíemos nuestro resultado para una esfera maciza girando en torno a un eje que pasa por su diámetro. Nosotros podemos dividir a la esfera maciza en pequeñas partículas, mientras más partículas tengamos mejor será nuestro resultado. No solo eso, sino que podemos usar el resultado del ejercicio anterior para determinar el momento angular de cada pedacito de esfera.

Seleccionemos una partícula al azar (partícula i -ésima), el momento angular de dicha partícula será:

$$\vec{L}_i = m_i r_i v_i \sin 90^\circ = m_i r_i v_i$$

Hasta aquí nada nuevo, es el momento angular de una partícula de masa m_i que está girando en un círculo de radio r_i . El ángulo entre el radio y la velocidad es de 90° por ser movimiento circular. Ahora lo que queremos es el momento angular de TODA la esfera, entonces debemos sumar todas las pequeñas partículas de la esfera. Hacemos el mismo cambio de la parte anterior ($v=wr$):

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum m_i r_i (\omega r_i) = \sum m_i r_i^2 \omega$$

Y aquí se define el momento angular de una esfera sólida

$$I_{esfera} = \sum m_i r_i^2 = \frac{2}{5} MR^2$$

Este valor está tabulado y se encuentra en cualquier libro de física, por ahora no es importante saber calcularlo.

Resumen: (Lo que debería entender)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \theta = |\vec{r}| |m\vec{v}| \sin \theta = m |\vec{r}| |\vec{v}| \sin \theta$$

Y también:

$$\vec{L} = \vec{I}\omega$$

Como pregunta conceptual... ¿El momento angular L siempre se conserva? ☺