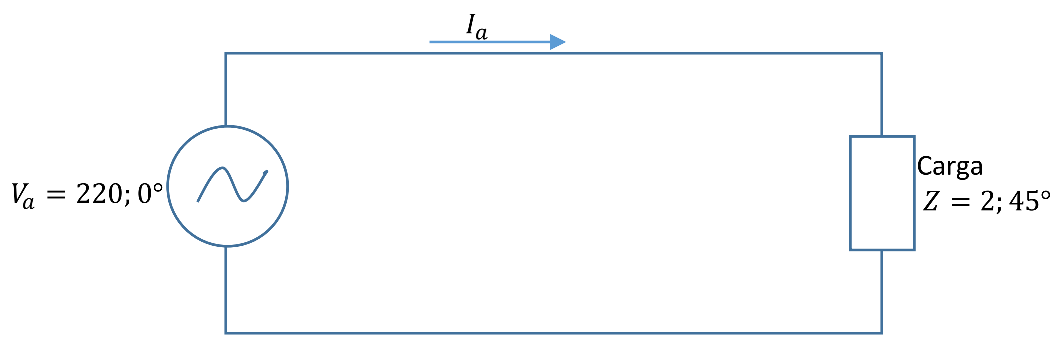
Solución P3 Control EL3003 19 Agosto 2014

a)

Tenemos que $V_{ab} = 220\sqrt{3}; 30°$, de lo que se obtiene inmediatamente que, en el equivalente se tendrá que $V_a = 220; 0°$.



Luego encontramos las corrientes:

$$I_a = \frac{V_a}{Z} = \frac{220; 0°}{2; 45°} = 110;\ -45°$$

$$I_b = 110; (-45 - 120)° = 110;\ -165°$$

$$I_c = 110; (-45 - 240)° = 110;\ -285° = 110; 75°$$

Ahora la potencia instantánea:

$$p(t) = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c$$

Sin embargo no es necesario hacer todo el cálculo, ya que en un sistema equilibrado, sólo encontraremos el término λ de la ecuación $p(t) = \lambda + \kappa \cos(\omega t + \varphi)$.

La potencia instantánea en un sistema trifásico equilibrado es igual a tres veces la potencia media de una de sus fases:

$$p(t) = 3V_a I_a \cos(45°) = 3 \times 220 \times 110 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36300\sqrt{2}\ [W]$$

Si se desea hacer el cálculo se tiene:

$$p(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t)\,110\sqrt{2}\cos(\omega t - 45) + 220\sqrt{2}\cos(\omega t - 120)\,110\sqrt{2}\cos(\omega t - 165) + 220\sqrt{2}\cos(\omega t - 240)\,110\sqrt{2}\cos(\omega t + 75)$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2\{\cos(2\omega t - 45) + \cos(45) + \cos(2\omega t + 75) + \cos(45) + \cos(2\omega t - 165) + \cos(45)\}$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{\cos(2\omega t - 45) + \cos(2\omega t + 75) + \cos(2\omega t - 165) + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{\cos(2\omega t - 45) + \cos(2\omega t + 75) - \frac{\left(\sqrt{2} - \sqrt{6}\right)\sin(2\omega t)}{4} - \frac{\left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)\cos(2\omega t)}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{\cos(2\omega t - 45) - \frac{\left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)\sin(2\omega t)}{4} - \frac{\left(\sqrt{2} - \sqrt{6}\right)\cos(2\omega t)}{4} - \frac{\left(\sqrt{2} - \sqrt{6}\right)\sin(2\omega t)}{4} - \frac{\left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)\cos(2\omega t)}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{\cos(2\omega t - 45) - \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin(2\omega t) + \cos(2\omega t)) + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

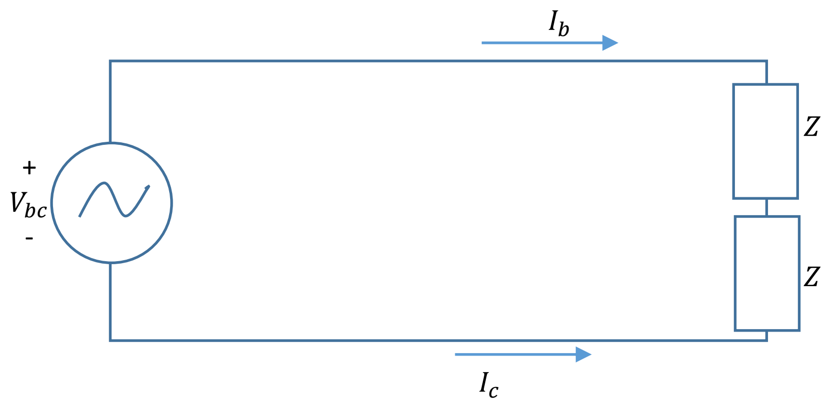
$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{\frac{\sqrt{2}(\sin(2\omega t) + \cos(2\omega t))}{2} - \frac{\sqrt{2}(\sin(2\omega t) + \cos(2\omega t))}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

$$p(t) = 2 \cdot 110^2 \left\{0 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\} = \lambda = 36300\sqrt{2}[W]$$

Es decir, sólo hay potencia activa y no aplica el término de potencia reactiva.

b)

Si se abre el interruptor, nos queda el siguiente circuito:



Luego, automáticamente $I_a = 0$.

Además, $I_b = \frac{V_{bc}}{2Z} = \frac{\sqrt{3} \cdot 220; -90°}{4; 45°} = 55\sqrt{3}; -135°$

Y por último, $I_c = -I_b = -55\sqrt{3}; -135° = 55\sqrt{3}; 45°$

c)

Esta vez la potencia activa está dada por:

$$
\begin{aligned}
&p(t) = V_{bc} I_b\\
&p(t) = \sqrt{2} 220\sqrt{3} \cos(\omega t - 90) \sqrt{2} 55\sqrt{3} \cos(\omega t - 135)\\
&p(t) = 6 \cdot 55 \cdot 220\{\cos(\omega t - 90) \cos(\omega t - 135)\}\\
&p(t) = 6 \cdot 55 \cdot 110\{\cos(2\omega t + 135) + \cos(45)\}\\
&p(t) = 6 \cdot 55 \cdot 110 \left\{\cos(2\omega t + 135) + \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}\\
&p(t) = 18150\sqrt{2} + 36300 \cdot \cos(2\omega t + 135)
\end{aligned}
$$

Luego identificamos $p(t) = \lambda + \kappa \cos(\omega t + \varphi)$, teniendo:

$$
\begin{aligned}
&\lambda = 18150\sqrt{2}\\
&\kappa = 36300\\
&\omega_{p(t)} = 2\omega_{red}\\
&\varphi = 135°
\end{aligned}
$$

La curva es una sinusoide desplazada en el eje y por la potencia activa λ, y de una amplitud de su potencia activa κ y desplazada en el eje x por su fase φ. La frecuencia de la curva resulta ser dos veces la frecuencia de la red del sistema trifásico.