

Auxiliar 6 - Dominios Finitos

CC4102/CC53A - Diseño y Análisis de Algoritmos
Profesor: Gonzalo Navarro Auxiliar: Miguel Romero

06 de Octubre del 2014

1. Considere una constante $k \geq 1$. Muestre cómo ordenar n enteros en el rango $[0, \dots, n^k - 1]$ en tiempo $O(n)$.
2. Se desea ordenar un arreglo de llaves cuyos valores pueden ser 0 o 1. Algunas características deseables son las siguientes:
 - (a) El algoritmo toma tiempo $O(n)$.
 - (b) El algoritmo es estable.
 - (c) El algoritmo ordena “in place”, es decir, el espacio extra utilizado para ordenar es constante.

Diseñe algoritmos que cumplan (a) y (b); (a) y (c); (b) y (c).

3. Dado un arreglo $A[1, n]$, se llama *range minimum query* (RMQ) a la siguiente consulta: $\text{RMQ}_A(i, j) = \text{argmin}_{i \leq k \leq j} A[k]$, es decir, la posición donde se encuentra el mínimo en $A[i, j]$.
 - (a) Muestre como preprocesar un arreglo $A[1, n]$ ocupando espacio $O(n \log n)$ y tiempo óptimo, de manera de responder consultas RMQs en tiempo $O(1)$. Para esto considere intervalos cuyos largos son potencias de 2.
 - (b) Mejore su solución para usar espacio $O(n \log \log n)$, y que las consultas RMQs sigan siendo $O(1)$. Para esto considere dividir el arreglo $A[1, n]$ en bloques de tamaño $\frac{1}{2} \log n$, preprocesar cada bloque, y volver a preprocesar el arreglo de los mínimos de cada bloque.
 - (c) Suponga ahora que el arreglo $A[1, n]$ cumple lo siguiente: la diferencia entre elementos adyacentes es $+1$ o -1 . Mejore la solución anterior, para que ocupe espacio $O(n)$ y las consultas RMQs sigan siendo $O(1)$. Para esto analice el número de posibles bloques de tamaño $\frac{1}{2} \log n$ y considere ocupar una tabla universal.