

AUXILIAR 1: LENGUAJES, EXPRESIONES REGULARES

CC3102 TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN

PROFESOR: GONZALO NAVARRO

AUXILIAR: PABLO MUÑOZ

6 DE AGOSTO DEL 2014

P1. Sea B un conjunto de cadenas sobre un alfabeto finito Σ . Decimos que B es *transitivo* si $B \cdot B \subseteq B$ y *reflejo* si $\varepsilon \in B$.

Demuestre que A^* es el menor conjunto reflexivo y transitivo que contiene a A , respecto a la inclusión de conjuntos.

P2. El *reverso* de una cadena $w \in \Sigma^*$ es la cadena w^R obtenida leyendo los caracteres de w en orden inverso. Dé una definición inductiva para el reverso de una cadena y pruebe lo siguiente:

- $(ww')^R = w'^R w^R$ para todo par de cadenas w, w' .
- $(w^R)^R = w$ para toda cadena w .
- Si v es una subcadena de w , entonces v^R es una subcadena de w^R .
- $(w^i)^R = (w^R)^i$ para toda cadena w y $i \in \mathbb{N}$.

P3. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Justifique.

- $baa \in a^* b^* a^* b^*$
- $b^* a^* \cap a^* b^* = a^* \cup b^*$
- $a^* b^* \cap c^* d^* = \emptyset$
- $abcd \in (a(cd)^* b)^*$

P4. Construya expresiones regulares sobre $\{0, 1\}$ que definan los siguientes lenguajes. Justifique su construcción.

- El conjunto de cadenas con no más de tres 0's.
- El conjunto de cadenas con un número de 0's divisible por 3.
- El conjunto de cadenas con exactamente una aparición de la subcadena 000.
- El conjunto de cadenas con a lo más una aparición de la subcadena 00.

P5. Sean r, s y t expresiones regulares sobre un alfabeto Σ . Pruebe o refute las siguientes identidades, donde $r = s$ significa $\mathcal{L}(r) = \mathcal{L}(s)$.

- $r^* r^* = r^*$
- $(r + s)^* = r^* + s^*$
- $(r^*)^* = r^*$
- $(r^* s^*)^* = (r + s)^*$

P6. Considere un alfabeto finito Σ . Una relación binaria sobre Σ^* se llama *racional* si puede ser descrita por una expresión regular sobre el alfabeto $(\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$. Pruebe que las siguientes relaciones son racionales.

- El conjunto de pares de cadenas de igual largo.
- El conjunto de pares de cadenas (w, w') tales que w es un prefijo de w' .
- El conjunto de pares de cadenas (w, w') tales que w es un sufijo de w' .
- El conjunto de pares de cadenas (w, w') tales que w es una subcadena de w' .
- El conjunto de pares de cadenas (w, w') tales que w es un subsecuencia de w' .
- El conjunto de pares de cadenas que difieren en a lo más k símbolos, donde $k \in \mathbb{N}$ es una constante.

¿Qué tipo de relaciones son?