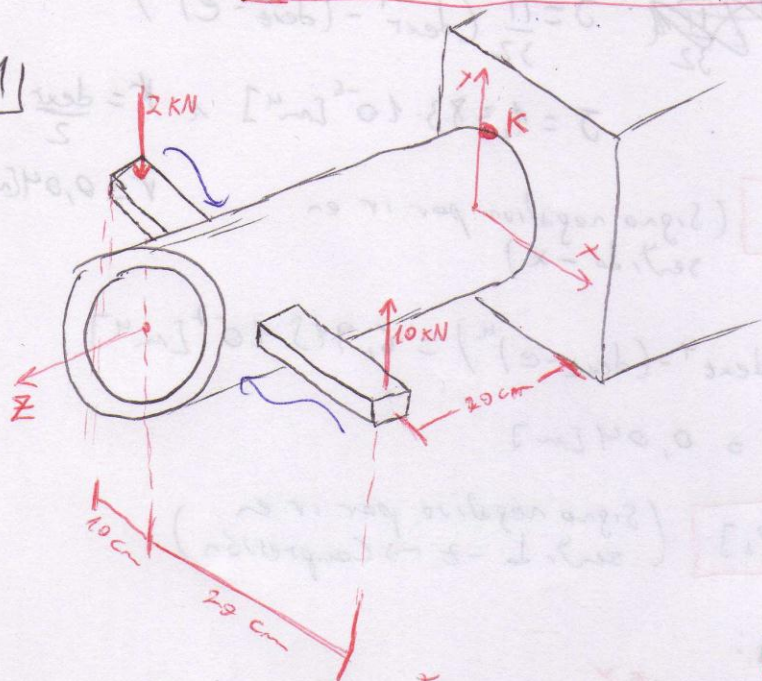
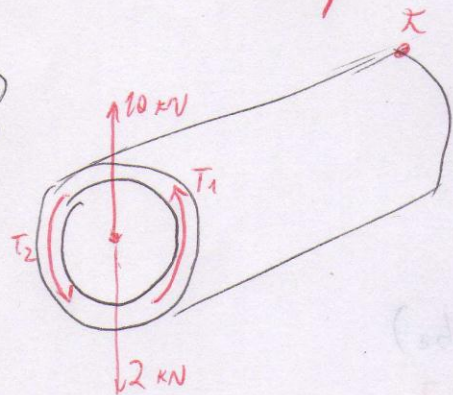


P1)

Dext

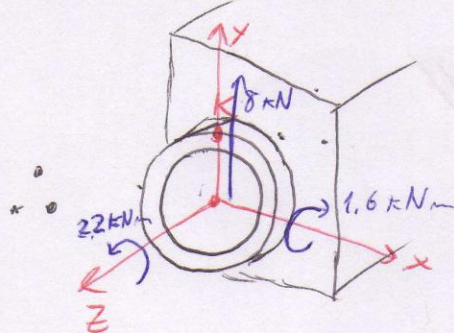
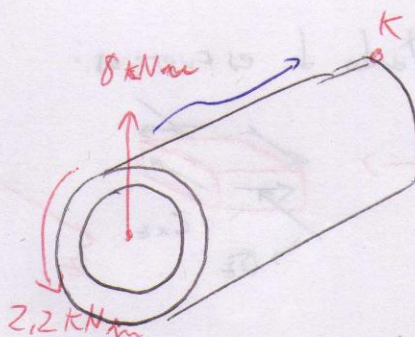


a)



$$T_1 = 10 \text{ kN} \cdot 0,2 = 2 [\text{kNm}]$$

$$T_2 = 2 \text{ kN} \cdot 0,1 = 0,2 [\text{kNm}]$$



- NO hay esfuerzo de corte por F_{yz} de corte de 8 kN (τ_{yz})
- Existe esfuerzo de corte por momento torsional de 22 kNm (τ_{xz})
- Existe esfuerzo normal por flexión producido momento flector de 1,6 kNm (σ_z)

● Calculando los esfuerzos:

$$\tau_{xz} = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi}{32} (d_{ext}^4 - (d_{ext} - e)^4)$$

$$J = 1,383 \cdot 10^{-6} [m^4] \quad r = \frac{d_{ext}}{2}$$

$$r = 0,04 [m]$$

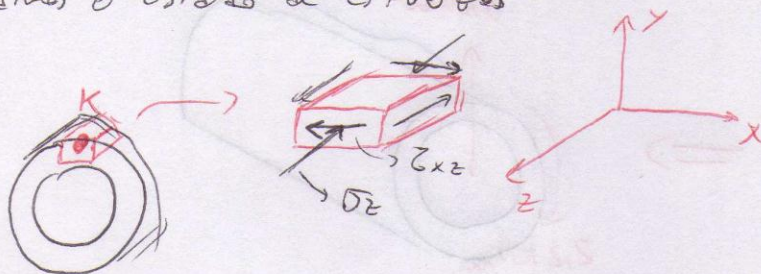
$$\therefore \tau_{xz} \approx -63,63 [MPa] \quad (\text{Signo negativo por ir en sentido } -x)$$

$$\sigma_z = -\frac{My}{I_z} \quad ; \quad I_z = \frac{\pi}{64} (d_{ext}^4 - (d_{ext} - e)^4) = 6,915 \cdot 10^{-7} [m^4]$$

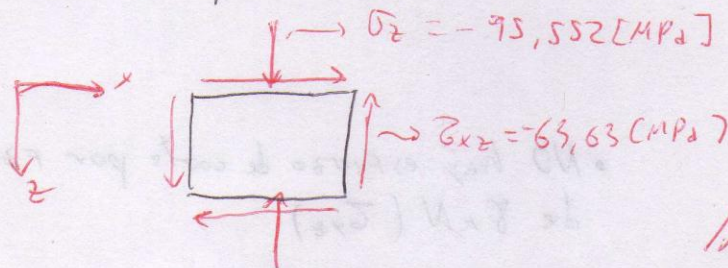
$$y = \frac{r}{2} = 0,04 [m]$$

$$\therefore \sigma_z \approx -95,552 [MPa] \quad (\text{Signo negativo por ir en sentido } -z \rightarrow \text{Compresión})$$

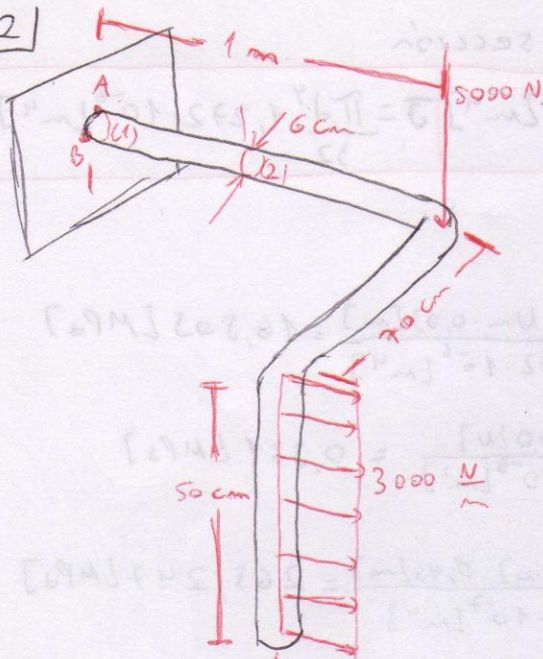
• Veamos el estado de esfuerzos:



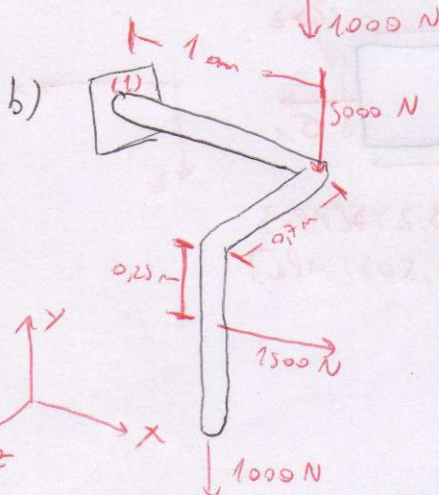
→ Vendo el plano z-x (desde arriba).



P2



a) Para analizar el estado de esfuerzos en (1) y (2), es necesario mover las fuerzas a las zonas descritas. Al mover las f.e.d. a (1), se generan momentos flectores y torsionales más fuertes que en (2), debido a que el "brazo" de las f.e.d. es más largo. Por lo tanto, los esfuerzos serán más grandes en (1) que en (2)



* Trasladar la f.e.d. de 5000 N genera un momento en z de $(-5000 \cdot 1) = -5000 [N \cdot m]$

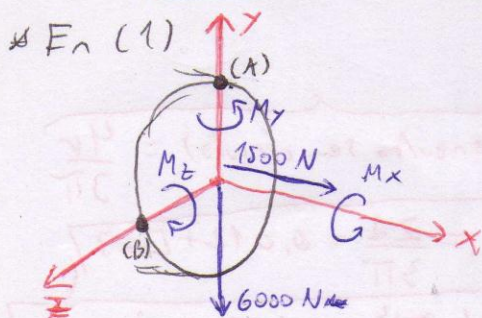
* Trasladar la f.e.d. de 1000 N genera un momento en x de $(1000 \cdot 0,7) = 700 [N \cdot m]$ y un momento en z de $(-1000 \cdot 1) = -1000 [N \cdot m]$

* Trasladar la f.e.d. de 1500 N genera un momento en z de $(1500 \cdot 0,25) = 375 [N \cdot m]$ y un momento en y de $(1500 \cdot 0,7) = 1050 [N \cdot m]$

* Sumando todos los momentos en cada eje, se tiene:

$$M_x = 700 \text{ N} \cdot \text{m} ; M_y = 1050 \text{ N} \cdot \text{m} ; M_z = -5000 - 1000 + 375$$

$$M_z = -5625 \text{ N} \cdot \text{m}$$



(A): No hay esf. de corte por f.e.d. de corte de 6000 N

- Esf. de tracción por f.e.d. axial de 1500 N
- No hay esf. normal por flexión M_y
- Esf. de tracción por momento flector M_z
- Esf. de corte por torsión M_x

(B): • Esf. de corte por f.e.d. de corte de 6000 N

- Esf. de tracción por f.e.d. axial de 1500 N
- Esf. de tracción por momento flector M_y
- No hay esf. normal por flexión M_z
- Esf. de corte por torsión M_x

• Calculamos las propiedades de área de la sección

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 2,827 \cdot 10^{-3}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 6,362 \cdot 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = 1,272 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^4\text{]}$$

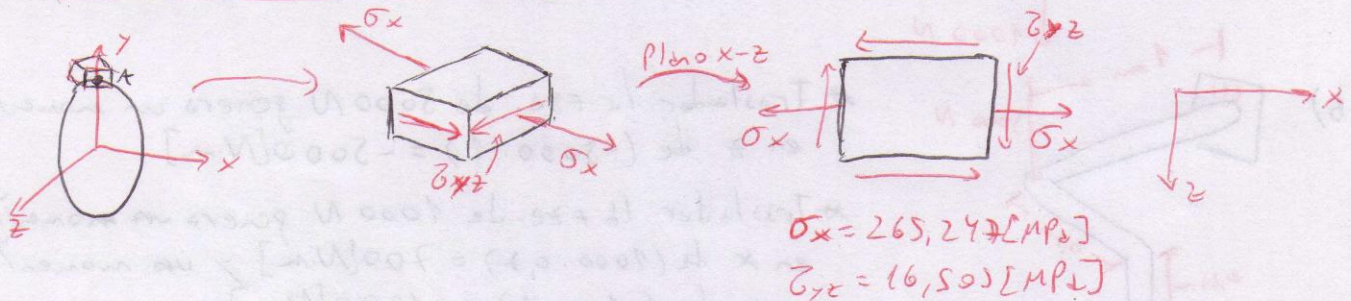
* Punto (A)

↳ Torsión de 700 N.m $\rightarrow \tau_{yz} = \frac{T \cdot (\frac{d}{2})}{J} = \frac{700 \text{ N.m} \cdot 0,03 \text{ [m]}}{1,272 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^4\text{]}} = 16,505 \text{ [MPa]}$

↳ Tracción de 1500 N $\rightarrow \sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{1500 \text{ [N]}}{2,827 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}} = 0,531 \text{ [MPa]}$

↳ Tracción por momento flector de -5625 N.m $\rightarrow \sigma_x = -\frac{M_y}{I} = \frac{5625 \text{ [N.m]} \cdot 0,03 \text{ [m]}}{6,362 \cdot 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}} = 265,247 \text{ [MPa]}$

• Estado de esfuerzos en (A)



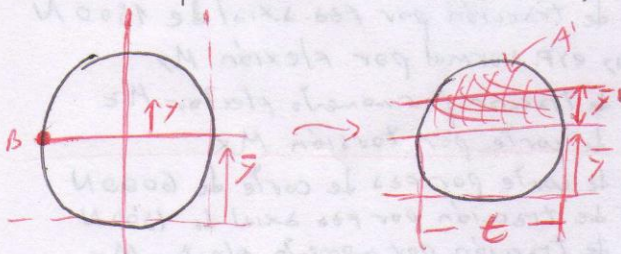
* Punto (B)

↳ Torsión de 700 N.m $\rightarrow \tau_{xy} = -16,505 \text{ [MPa]}$

↳ Tracción de 1500 N $\rightarrow \sigma_x = \frac{F}{A} = 0,531 \text{ [MPa]}$

↳ Tracción por momento flector de 1050 N.m $\rightarrow \sigma_x = \frac{1050 \text{ [N.m]} \cdot 0,03 \text{ [m]}}{6,362 \cdot 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}} = 49,513 \text{ [MPa]}$

↳ Corte por 6000 N $\rightarrow \tau_{xy} = \frac{VQ}{It}$



$$\bar{y}' \text{ (Eje neutro semicircular)} = \frac{4r}{3\pi}$$

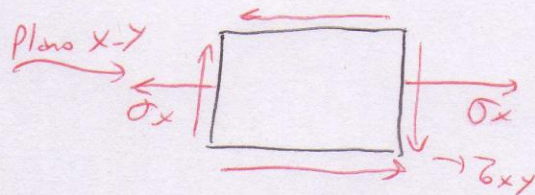
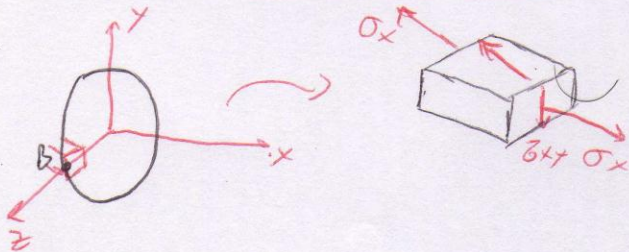
$$\bar{y}' = \frac{2d}{3\pi} = 0,0127 \text{ [m]}$$

$$A' = \frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} = 1,435 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\Rightarrow Q = \int y dA = \bar{Y}' A' \rightarrow Q = 1,822 \cdot 10^{-8} [\text{m}^3]$$

$$\therefore \tau_{xy} = \frac{-6000 [\text{N}] \cdot 1,822 \cdot 10^{-8} [\text{m}^3]}{6,362 \cdot 10^{-7} [\text{m}^4] \cdot 0,06 [\text{m}]} \Rightarrow \tau_{xy} = -2,865 [\text{MPa}]$$

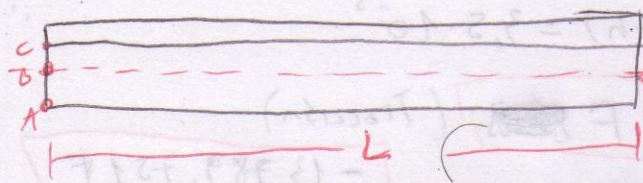
• Estado de esfuerzos en (B)



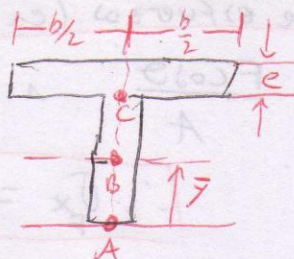
$$\sigma_x = 30,944 [\text{MPa}]$$

$$\tau_{xy} = -19,37 [\text{MPa}]$$

P3]



$L = 2\text{ m}, h = 20\text{ cm}, b = 15\text{ cm}, e = 1\text{ cm}, \theta = 50^\circ \rightarrow \parallel e k$



• Calculando $\bar{y}$ e $\bar{I}_2$

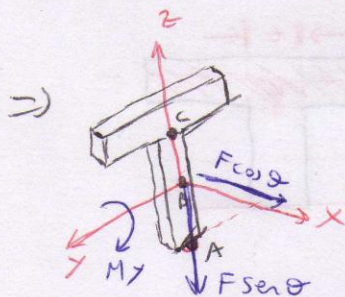
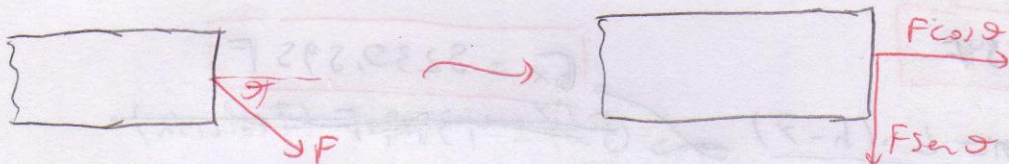
$\rightarrow I_1 = \frac{b \cdot e^3}{12} = \frac{0,15 \cdot 0,01^3}{12} = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ [m}^4\text{]}$

$\rightarrow I_2 = \frac{e h^3}{12} = \frac{0,01 \cdot 0,2^3}{12} = 6,667 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^4\text{]}$

$\rightarrow \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{(h + \frac{e}{2}) \cdot (e \cdot b) + \frac{1}{2} \cdot (e \cdot h)}{e \cdot b + e \cdot h} = 0,145 \text{ [m]}$

$\rightarrow \bar{I}_2 = \underbrace{[I_1 + (\bar{y}_1 - \bar{y})^2 (e \cdot b)]}_{\bar{I}_1} + \underbrace{[I_2 + (\bar{y} - \bar{y}_2)^2 (e \cdot h)]}_{\bar{I}_2} = 1,614 \cdot 10^{-8} \text{ [m}^4\text{]}$

• Veamos el estado de esfuerzos en la zona empotrada:



- (A):
- Esf. de tracción por fzd. axial de $F \cos \theta$
 - Esf. de compresión por momento flector $M_y = F \cos \theta \cdot L$
 - No hay esf. de corte por fzd. de corte $F \sin \theta$
- (B):
- Esf. de tracción por fzd. axial $F \cos \theta$
 - Esf. de corte por fzd. de corte $F \sin \theta$
 - No hay esf. normal por momento flector M_y
- (C):
- Esf. de tracción por fzd. axial $F \cos \theta$
 - Esf. de compresión por momento flector M_y
 - Esf. de corte por fzd. de corte $F \sin \theta$

• Cálculo de esfuerzos (en Función de F):

(A): $\sigma_x = \frac{F \cos \theta}{A}$ $\wedge A = e(b+th) = 3,5 \cdot 10^{-3}$
(Fuerza axial)

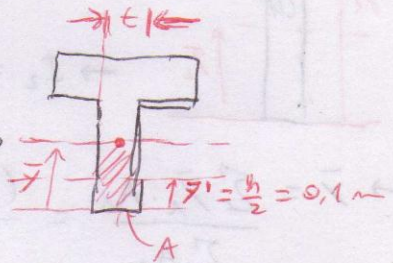
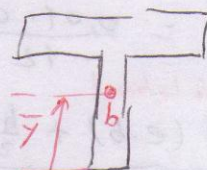
$\sigma_x = 183,654 F$ (Tracción)

$\sigma_x = \frac{M_y \cdot y}{I_z} = \frac{F \cdot \sin \theta \cdot L \cdot y}{I_z} \Rightarrow \sigma_x = -13789,751 F$
(Momento M_y) (Compresión)

~~$\sigma_x = 7779,982 F$~~
 M_y

(B): $\sigma_x = 183,654 F$

$\tau_{xz} = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$



$* Q = (\bar{y}' - \bar{y}') A = (0,145 - 0,1) \cdot b \cdot t = (0,145 - 0,1) \cdot (0,01 \cdot 0,145)$
 $Q = 6,525 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3]$

$\Rightarrow \tau_{xz} = \frac{F \cdot \sin \theta \cdot Q}{I \cdot t} \Rightarrow \tau_{xz} = -310,269 F$ (Dirección -z)

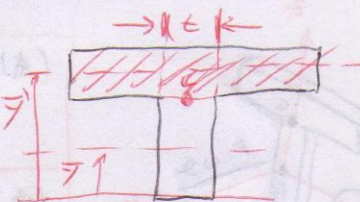
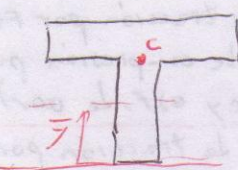
(C): $\sigma_x = 183,654 F$

$\sigma_x = \frac{F \cdot \sin \theta \cdot L \cdot (h - \bar{y})}{I}$

$\sigma_x = 5230,595 F$

~~$\sigma_x = 4389 F$~~ (Tracción)
 M_y

$\tau_{xz} = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$

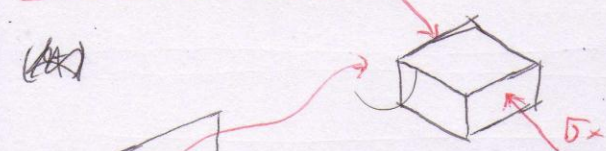


$* Q = [(h + \frac{e}{2}) - \bar{y}] \cdot (e \cdot b) = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3]$

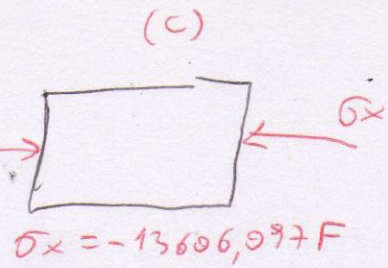
$\Rightarrow \tau_{xz} = \frac{F \cdot \sin \theta \cdot Q}{I \cdot e} \Rightarrow \tau_{xz} = -356,631 F$ (Dirección -z)

Estado de esfuerzos:

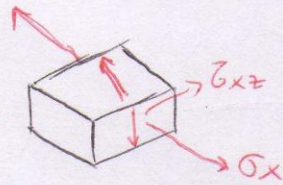
(A)



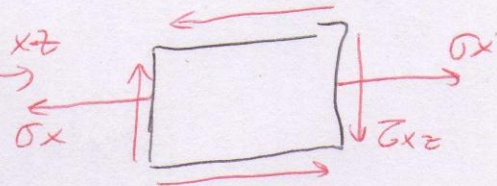
Plano x-y



$$\sigma_x = -13606,097 F$$

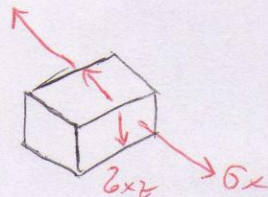
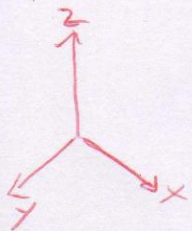


Plano x-z

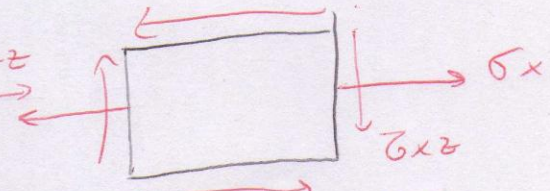


$$\sigma_x = 183,654 F$$

$$\tau_{xz} = -319,269 F$$



Plano x-z



$$\sigma_x = 5414,249 F$$

$$\tau_{xz} = -356,631 F$$