

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA5301	Análisis Numérico de Ecuaciones en Derivadas Parciales			
Nombre en Inglés				
Numerical Analysis in Partial Differential Equations				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	3	2	5
Requisitos			Carácter del Curso	
MA46A-46B, AUTOR(MA56B simultáneo) MA5601 simultáneo (plan 2007)			Obligatorio/Obligatorio con derecho a opción (plan 2007 en adelante)	
Resultados de Aprendizaje				
El alumno aprende los métodos fundamentales de resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales, a saber los métodos de: diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos. El alumno aplica las diferencias finitas a la resolución de problemas de difusión y transporte unidimensionales. El alumno aplica los elementos finitos para estudiar en detalle la resolución de problemas elípticos de segundo orden. El alumno igualmente aplica los volúmenes finitos a problemas elípticos de segundo orden escritos en forma de divergencia. El alumno desarrolla capacidades de cálculo científico a través de clases auxiliares prácticas y conoce aplicaciones relevantes del análisis numérico de EDP.				

Metodología Docente	Evaluación General
Clases de cátedra teóricas y auxiliares prácticas. Para un mayor desarrollo de la fortaleza del cálculo científico, el alumno puede opcionalmente complementar este curso con tareas teórico-computacionales dirigidas y proyectos aplicados a través del laboratorio asociado. Semanas pares cátedra adicional, semanas impares clase auxiliar.	3 controles y un examen. Se exigirán adicionalmente ejercicios periódicos y uno de los controles podría ser oral. Controles semanas 5, 9, 13 o 14 en horario auxiliar.

Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Método de Diferencias Finitas	4
2	Problemas variacionales y modelación	2
3	Método de Elementos Finitos	5
4	Método de Volúmenes Finitos	3
5	Temas de conducción, elasticidad, fluidos y ondas	1
	TOTAL	15.0

Semana 1 09/08/10 - Semana 2 16/08/10 - Semana 3 23/08/10 - Semana 4 30/08/10 - Semana 5 06/09/10
 Vacaciones 13/09/10 - Semana 6 21/09/10 - Semana 7 27/09/10 (SO) - Semana 8 04/10/10 - Semana 9 12/10/10
 Semana 10 18/10/10 - Semana 11 25/10/10 - Semana 12 02/11/10 - Semana 13 08/11/10
 Semana 14 15/11/10 - Semana 15 22/11/10

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Método de Diferencias Finitas	4
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1.- Introducción. Problema modelo: $-u_{xx} + bu_x + cu = f$ advección difusión con condiciones de borde Dirichlet. 1.1. Noción de esquema numérico. Principio del máximo discreto. Existencia y unicidad. 1.2. Estimación del error de discretización. Formulación variacional del esquema continuo. Lema de Lax-Milgram en una dimensión. Error de consistencia. Teorema de estimación del error. 2.- Problema modelo: $u_t - cu_x = 0$ transporte puro. 2.1. Esquema de diferencias finitas. 2.2. Consistencia y error de aproximación. 2.3. Estabilidad y teorema de convergencia. 3.- Problema modelo: $-\Delta u = f$ difusión bidimensional con condiciones de borde Dirichlet. 3.1. Discretización por diferencias finitas. 3.2. Existencia y unicidad de la aproximación numérica. Convergencia.	El alumno aplica el método de las diferencias finitas para resolver problemas de advección difusión y transporte en una dimensión y de difusión en dos dimensiones con condiciones de borde.	Smarskii LeVeque 2007 Allaire

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Problemas Variacionales y modelación	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1.- Problemas variacionales Conducción, elasticidad, fluidos, ondas. 2.- Espacios de Sobolev. Inyecciones, desigualdades, fórmulas de Green y teoremas de traza en dominios con borde.	El alumno deduce las formulaciones variacionales de varios modelos importantes en las aplicaciones en ciencias e ingeniería, así como las técnicas necesarias para analizarlas.	Dautray-Lions Girault-Raviart Temam Allaire Necas Brézis Raviart-Thomas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Método de Elementos Finitos	5
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1.- Problema modelo $-\text{div}(\gamma(x)\nabla u) = f$ difusión no homogénea con condiciones de borde Dirichlet. 1.1. Elementos básicos de la teoría: aproximación de Galerkin, noción de aproximación conforme. Error de aproximación, error de discretización y Lema de Céa. 1.2. Noción de triangulación, de subespacio aproximante y de elemento finito unisolviente. 1.3. Ejemplos de Elementos Finitos del tipo Lagrange: d-simplex (triángulos o tetrahedros). Coordenadas baricéntricas. Operador de interpolación local. Teorema de unisolvencia de Nicolaides. 1.4. Noción de Elementos Finitos afines equivalentes y ensamblaje de tales familias. Diámetro y redondez del Elemento Finito. Mallas regulares. Operador de interpolación global. 2.- Convergencia del método de elementos finitos. 2.1. Generalidades sobre los resultados de convergencia o Lema de Cea. 2.2. Lema de Deny Lions: estimación del error de interpolación por operadores invariantes en espacios de polinomios. 2.3. Aplicaciones al caso de aproximación por elementos finitos en dominios poligonales. Teorema de estimaciones del error del método en H^k, $k \geq 1$. 2.4. Lema de Aubin-Nitsche o método de dualidad. Estimación del error del método en L^2.	El alumno aplica el método de los elementos finitos aplicado a problemas de difusión o conducción en 2 o 3 dimensiones con diversas condiciones de borde. El alumno comprende la teoría que sustenta el método y la convergencia de las soluciones discretas a la solución continua.	Ciarlet Zienkewich Allaire Babuska-Aziz Kirsek Bernardi Brennet Bramble- Hilbert Raviart- Thomas Solin

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
--------	---------------------	---------------------

4	Método de Volúmenes Finitos	3
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1.- Preliminares. Mallas, espacio discreto y problema discreto. 1.1. Un problema modelo elíptico en forma de divergencia. Formulación variacional. 1.2. Mallas de Volúmenes Finitos admisibles. 1.3. Espacio discreto y norma H_0^1 discreta. Desigualdad de Poncaré discreta. 1.4. Discretización del problema continuo. Flujos y transporte discretos. Valor aguas arriba. 2.- Unicidad, convergencia y estimaciones del error del método de volúmenes finitos. 2.1. Principio del máximo discreto y unicidad del método. 2.2 Estimaciones a priori. Caso Dirichlet homogéneo. 2.3 Teorema de compacidad de Kolmogorov. Lema de convergencia. Teorema de convergencia del método en L^2 en el caso Dirichlet homogéneo. 2.4 Teorema de convergencia en L^2 en el caso Dirichlet no homogéneo. 2.5 Estimaciones del error del método.	El alumno aplica el método de los volúmenes finitos aplicado a problemas de difusión o conducción en 2 dimensiones con diversas condiciones de borde. El alumno comprende la teoría que sustenta el método y la convergencia de las soluciones discretas a la solución continua.	Cai Eymard LeVeque 2004 Quarteroni

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	Temas de conducción, elasticidad, fluidos y ondas	1
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Problemas de controlabilidad Problemas de observabilidad Problemas inversos Problemas espectrales	El alumno conoce distintos campos de aplicación del análisis numérico de EDP.	Quarteroni-Valli y otros

- G. Allaire, Analyse numérique et optimisation, Editions de l'Ecole Polytechnique, Paris, 2006.
- I. Babuska, A. K. Aziz, Foundations of the finite element method. In A. K. Aziz, editor, The Mathematics Foundations of the Finite Element Method with Applications to Partial Differential Equations, 3(362), Academic Press, New York, 1972.
- C. Bernardi, Y. Maday, F. Rapetti, Discrétisations variationnelles de problèmes aux limites elliptiques, Mathématiques et Applications, vol. 45, Springer, Paris, 2004.
- J.-H. Bramble, S.-R. Hilbert, Estimations of linear functionals on Sobolev spaces with application to Fourier transform and spline interpolation, SIAM J. Numer. Anal., 25(6), 1237-1271, 1970.
- S. Brenner, L.-R. Scott, The mathematical theory of finite element method, Springer, 2000.
- H. Brézis, Analyse Fonctionnelle, Masson, 1983.
- A. Ern, J.-L. Guermond, Theory and practice of Finite Elements, Applied Mathematical Series, vol. 159, Springer, New York, 2004.
- Z. Cai, On the finite volume element method, Numer. Math. 58, 713-735, 1991.
- P.-G. Ciarlet, The Finite Element Method for Elliptic Problems, North Holland, Amsterdam, 1978.
- R. Dautray, J.-L. Lions, Analyse mathématique et calcul numérique, Tomos 3, 4, Masson, 1987.
- R. Eymard, T. Gallouet, R. Herbin, The Finite Volume Method, Handbook for Numerical Analysis, Ph. Ciarlet J.L. Lions eds, North Holland, 2000, 715-1022.
- V. Girault, P.-A. Raviart, Finite Element Methods for Navier–Stokes Equations: Theory and Algorithms, Springer, New York, 1986.
- M. Kirzek, P. Neittaanmaki, Finite element approximation of Variational Problems and Applications, London, Longman, 1990.
- R.J. LeVeque, Finite difference methods for ordinary and partial differential equations, SIAM, Philadelphia, 2007.
- R.J. LeVeque, Finite Volume Methods For Hyperbolic Problems, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- J. Necas, Les méthodes directes dans la théorie des equations elliptiques, Academia, Prague, 1967.
- A. Quarteroni and A. Valli, Numerical approximation of partial differential equations, Springer Series in Computational Mathematics, 23, Springer, 1997.
- P.-A. Raviart, J.-M. Thomas, Introduction a l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Masson, 1998.
- A. A. Samarskii, The theory of difference schemes, Marcel Dekker Inc, New York, 2001.
- P. Solin, Partial differential equations and the finite element method, Wiley-Interscience, 2005.
- A. Tveito and R. Winther, Introduction to partial differential equations: a computational approach, Texts in Applied Mathematics, 29, Springer, 1998.
- R. Temam, Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, 2nd ed, AMS Chelsea Publishing, Providence, 2001.
- O. C. Zienkewich and R.L. Taylor, The finite element method for solid and structural mechanics. 6th ed. Elsevier, Amsterdam, 2005.

Vigencia desde:	2008-2
Elaborado por:	Pascal Frey-Axel Osses-2010
Revisado por:	