Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

# MA 4006 - Auxiliar 7

**Profesor:** José Soto S. **Auxiliar:** Felipe Contreras S.

21 de abril, 2014

**P1.**

**a)** Sea $L$ un reticulado. Demuestre que $x \in L$ es primo, entonces $x$ es irreducible.

**b)** Sea $L$ reticulado distributivo. Si $x \in L$ es irreducible, entonces $x$ es primo.

**P2.**

**a)** Sea $I \subsetneq L$, $L$ reticulado. Demuestre que $I$ es ideal-R si y sólo si es cerrado para $\vee$ y para todo $x \in I, y \in L, x \wedge y \in I$.

**b)** Sea $L$ reticulado distributivo. Demuestre que para todo ideal $I$ y todo filtro $F$ tales que $I \cap F = \varnothing$, existe un ideal primo $\hat{I}$ con $I \subseteq \hat{I} \subseteq L \setminus F$.

**Def:** *Sea $P$ un orden. Un elemento $x \in P$ se dice átomo si* $0 \lessdot x$.

**P3.** Sea $L$ un reticulado booleano. Demuestre que los únicos elementos irreducibles son los átomos y $\hat{0}$.

**P4.**

**a)** Demuestre que $J(P)$ es isomorfo (como reticulado) a $\left([2]^{\bullet P}\right)^*$.

**b)** Sean $n, m \in \mathbb{N}$. Demuestre que $[m+1]^{\bullet[n]} \cong [n+1]^{\bullet[m]}$.

**P5.** Sean $L_1, L_2$ reticulados. Demuestre que los irreducibles (resp. primos) en $L_1 \times L_2$ son de la forma $(x, \hat{0})$ o $(\hat{0}, y)$, con $x, y$ irreducibles (resp. primos).