

AUX #2

P1 y P2 AUX ANTERIOR

$$\begin{aligned}
 \text{P3) a) } P(x=y) &= \sum_{i=1}^n P(x=y \mid x=i) P(x=i) \\
 &= \sum_{i=1}^n P(y=i \mid x=i) P(x=i) \\
 &= \sum_{i=1}^n P(y=i) P(x=i) \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \\
 &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n 1 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(x \in B) &= \sum_{i=1}^n P(x \in B \mid |B|=i) P(|B|=i) \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \cdot P(|B|=i) \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \binom{n}{i} \cdot \frac{1}{2^n} \\
 &= \frac{1}{n 2^n} \sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} \\
 &= \frac{1}{n 2^n} \cdot n \cdot 2^{n-1}
 \end{aligned}$$

DEMOSTREMOS QUE

$$n 2^{n-1} = \sum_{i=1}^n i \binom{n}{i}$$

22. ELITO DE n ELEMENTOS A UNO COMO PRESIDENTE Y LUEGO LOS MIEMBROS RESTANTES DE UN COMITÉ DONDE AL MENOS UN COMITÉ TIENE PRESIDENTE

DERECHA ELIJO EL TAMAÑO DEL COMITÉ (i) Y
 LUEGO VEO TODOS LOS COMITES DE i PERSONAS
 QUE SE PUEDEN FORMAR. SOBRE CADA CONJUNTO
 PUEDO ELEGIR i COMO PRESIDENTE. LUEGO
 SOBRE TODOS LOS TAMAÑOS DEL COMITÉ
 $\sum i \binom{n}{i}$.

P4)
$$\binom{n+m}{r} = \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k}$$

20. DE UN CONT DE $(n+m)$ EVENTOS PUEDO
 GENERAR $\binom{n+m}{r}$ CONT DE TAMAÑO r .

VER: DE n EVENTOS SAJO k Y DE m EVENTOS
 SAJO $r-k$ ASI FORMO CONJUNTOS DE k EVENTOS.
 LUEGO RECORRO $k=0, \dots, r$ Y LOS CONSIGO TODOS

P5) a)
$$\frac{4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48} = \frac{4 \binom{13}{5}}{\binom{52}{5}}$$

b)

NUM PAR NUM ODD CARDS

$$\frac{\binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{12}{3} \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} \quad \text{JUNA DE LAS 4 POS. CARTAS}$$

c)
$$\frac{\binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{11}{1} \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}}$$

d)
$$\frac{\binom{13}{1} \binom{4}{3} \binom{12}{2} \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}}$$

e)
$$\frac{\binom{13}{1} \binom{4}{4} \binom{12}{1} \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}}$$

P6)

a) Pienso en las PAREJAS COMO 3 EVENTOS
LUEGO TENGO

3! ORDENAMIENTOS DE LAS 3 PAREJAS
Y EN CADA PAREJA HM O MH
 $\Rightarrow 3! \cdot 2^3$

b) $A_i =$ "LA PAREJA i ESTA JUNTA"

$$P\left(\bigcup_{i=1}^3 A_i\right) = \sum_{i=1}^3 P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq 3} P(A_i \cap A_j) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{1 PAREJA}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\substack{\text{DOS PAREJAS} \\ \text{JUNTAS} \\ \text{PAREJA 1}}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\substack{\text{2 PAREJAS} \\ \text{JUNTAS} \\ \text{PAREJA 1}}}$

$$P(A_i) = \frac{5! \cdot 2}{6!} \quad \text{HM HM [HM]}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{PAR 1}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{PAR 2}}$

$$P(A_i \cap A_j) = \frac{4! \cdot 2^2}{6!} \quad \text{HM [HM] [MH]}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{PAR 1}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{PAR 2}}$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^3 A_i\right) = 3 \cdot \frac{1}{3} - 3 \cdot \frac{4}{30} + \frac{8}{120}$$

$$= 1 - \frac{2}{5} + \frac{2}{30}$$

$$= \frac{30 - 12 + 2}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$