Auxiliar 13: Test y p-valor

MA3403 - Probabilidades y Estadistica Profesor: Fernando Lema Auxiliar: Martin Castillo - Jose Cereceda 19 de junio de 2014

RESUMEN.

Protocolo para test de hipótesis para un parámetro θ .

- 1. Definir nivel de significancia y las hipótesis en estudio.
- 2. Encontrar un estimador $\hat{\theta}$ de θ . Ojalá insesgado.
- 3. Encontrar la distribución de $\hat{\theta}$ o de alguna función del estimador.
- 4. Encontrar un estadístico, digamos Z, tal que dependa de $\hat{\theta}$ y de θ , pero cuya distribución no dependa de θ .
- 5. A partir de las hipótesis y el nivel de significancia, calcular la región de rehcazo.
- 6. Rechazar o No Rechazar a partir de los datos obtenidos de la muestra.

Test de Proporciones.

Este test busca estudiar cierta proporción de la población. El estadístico utilizado corresponde a:

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1)$$

donde p es la propoción de la hipótesis nula, n es el tamaño de la muestra, y \hat{p} es la proporción muestral.

Estadisticos Útiles. Si $X_1, ..., X_n$ es una muestra aleatoria simple se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ se tiene:

$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$
$$(n-1)\frac{\hat{\sigma}_{n-1}^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

- **P1.** En una población de niños se sabe que la variable X: tiempo semanal que ve TV (hrs) es una v.a. normal con desviación estandar de 2 hrs. Se toma una m.a. de 100 niños. Si 30 niños ven menos de 13 hrs. ¿es posible afirmar que más del 25 % de la población ve menos de 13 hrs. (use $\alpha = 0.1$)? Calcule p - valor.
- P2. El cocinero del casino de la facultad preparó masa para hacer 500 empanadas. Ese mismo día, en un grupo de 20 alumnos que almorzaron juntos, alguien propuso contar la cantidad de pasas que cada uno encontrase en su empanada, obteniendo la siguiente distribución:

N de empanadas	1	3	4	5	4	2	1
N de pasas	0	1	2	3	4	5	8

Se decide que las empanadas son aceptables si en promedio cada empanada tiene 3.5 pasas. El cocinero afirma que ésta es la cantidad promedio de pasas por empanada, mientras que los alumnos, indignados, objetan que las empanadas tienen en promedio una cantidad inferior.

Realice un test $H_0: \lambda = 3.5$ vs $H_1: \lambda < 3.5$, suponiendo que la distribución de la cantidad de pasas X en una empanada sigue una ley de Poisson (estime el parámetro λ). Ocupe $\alpha = 0.05$.

P3. Considere el siguiente test de hipótesis para una $N(\mu, \sigma^2)$:

$$H_0: \sigma^2 \ge \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$H_1:\sigma^2<\sigma_0^2$$

Encuentre la región de rechazo de nivel α .