AUXILIAR 12: PRE-CONTROL

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADISTICA

PROFESOR: FERNANDO LEMA

AUXILIAR: MARTÍN CASTILLO & JOSÉ CERECEDA

12 DE JUNIO DE 2014

- P1.** Sea $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, con σ^2 conocido. Suponga que tiene una muestra $X_1, \dots, X_n$.
- Construya un intervalo de confianza para μ a nivel $(1 - \alpha)$.
Analice qué sucede frente a variaciones en los parámetros n , σ , α .
 - Suponga que desea estudiar el valor de la media μ . Ud. sabe que $\bar{X} = 70$. ¿Qué nivel de confianza le da el intervalo $(68, 76)$, si $n = 25$ y $\sigma = 12$?

- P2.** El auto solar "solarium" se alista para competir en una carrera de 3600 (km). La distancia que puede recorrer en el día es de $X = \sqrt{10R}$ donde R es la radiación solar en el día y sigue $R \sim U(1000, 2000)$.

Usando TCL (Asuma que la radiación en días distintos son independientes).

- Calcule la probabilidad que el "Solarium" llegue a la meta dentro del plazo de 30 días.
- ¿Cuántos días necesita para asegurarse de llegar a la meta con un 99% de seguridad?

- P3.** La velocidad de un grupo de partículas es una v.a. (X_1) normal (en *mt/seg*) de media 10 (*mt/seg*) y desviación estándar 3 (*mt/seg*).

- Se toman dos partículas independientes. Calcule la probabilidad que sus velocidades difieran en menos de 1 (*mt/seg*).
Calcule la probabilidad que su velocidad promedio supere los 11 (*mt/seg*).
- Otro grupo de partículas tiene velocidad $(X_2) N(14, 4)$ y los dos grupos se mezclan. Dado que se mide la velocidad de una partícula se desea saber que grupo pertenece. Se propone determinar v que minimiza

$$\mathbb{P}(X_1 > v) + \mathbb{P}(X_2 < v) \quad (1)$$

y decidir según si la velocidad es mayor o menor a v . ¿Qué interpretación tiene (1)?
Analice gráficamente.

- Un tercer grupo de partículas tiene velocidad $N(\mu, \sigma^2)$. Se toma una muestra de cinco de ellos y sus velocidades son 10, 12, 9, 8, 13.
 - Construya un I.C. para σ^2 , con confianza 0.9, de tipo cota superior (ie, $\sigma^2 <$).
 - Si $\sigma^2 = 3,5$, determine con qué confianza se construyó el intervalo de confianza para μ dado por $(10; 11,5)$.

P4. Sea $X \sim G(r, \alpha)$, y $X_1, \dots, X_n$ m.a.s.

(i) Muestre que el estimador de los momentos de α , para r conocido, es $\hat{\alpha} = \frac{r}{\bar{X}}$.

(ii) Muestre que el estimador de los momentos de $\lambda = 1/\alpha$, para r conocido, es $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{r}$.
Encuentre además la distribución muestral de $\hat{\lambda}$ para n grande.

(iii) Obtenga el estimador de máxima verosimilitud $\hat{\alpha}$ para α .

P5. Volviendo a la pregunta 1, ¿Cómo encontraría un intervalo de confianza para μ , esta vez con σ desconocido?