AUXILIAR 5: V.A. N-DIMENSIONALES

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADISTICA
PROFESOR: FERNANDO LEMA
AUXILIARES: MARTÍN CASTILLO - JOSÉ CERECEDA
17 DE ABRIL DE 2014

Problemas.

P1. Considere una barra de largo L , realice un primer corte de forma uniforme, digamos en X , y haga un segundo corte una vez realizado este, digamos Y tal que $X < Y < L$. Se puede considerar entonces que $X \sim U(0, L)$, $Y|X \sim U(x, L)$. Encuentre la función de densidad de Y , ¿Qué ocurre con $L \rightarrow 0$?

P2. Sean X, Y dos v.a. que distribuyen como una geométrica de parámetro p .

a) Considere la v.a. $Z = X + Y$ y muestre que distribuye $Z \sim BN(p)$.

b) Calcule $\mathbb{P}(X = j|X + Y = k)$.

Propuesto: Considere $X \sim Poisson(\lambda_x)$ $Y \sim Poisson(\lambda_y)$ y encuentre la distribución de $Z = X + Y$.

P3. Sean $X_1, \dots, X_n$ v.a. independientes continuas con densidad $f_{X_i} = f_X \forall i$. Calcule la función densidad de las v.a. $Z_1 = \max\{X_1, \dots, X_n\}$, $Z_2 = \min\{X_1, \dots, X_n\}$

P4. Calcule la densidad de la v.a. $Z = \frac{X}{Y}$. Con $X, Y \sim U(0, 1)$.

P5. *Teorema de probabilidades totales, v.a. continuas y discretas*

a) Sea X v.a. con densidad $f_X(x)$. Y v.a. discreta tal que $\mathbb{P}(Y = y_j|X = x)$ es conocida. Mostrar conceptualmente que

$$\mathbb{P}(Y = y_j) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{P}(Y = y_j|X = x) f_X(x) dx$$

b) Sea X v.a. discreta con probabilidad $\mathbb{P}(X = x_j)$. Y v.a. continua con densidad condicional $f_{Y|X}(y|x)$ conocida. Mostrar conceptualmente que

$$f_Y(y) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(X = x_i) f_{Y|x_i}(y|x_i)$$