

AUXILIAR 4

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA
PROFESOR: FERNANDO LEMA
AUXILIARES: JOSÉ CERECEDA & MARTIN CASTILLO
10 DE ABRIL DE 2014

Resumen

Teorema de Cambio de Variables: Sea X una variable aleatoria continua. Sea $\varphi : X(\Omega) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivable e inyectiva. Si $Y = \varphi(X)$ y la densidad de X es f_X , entonces:

$$f_Y(y) = \frac{1}{|\varphi'(\varphi^{-1}(y))|} f_X(\varphi^{-1}(y))$$

Función de Densidad. Sea X una variable aleatoria continua. Su función de densidad asociada, denotada f_X , es aquella tal que $\mathbb{P}(X \in A) = \int_A f_X(x) dx$.

Función de Distribución. Sea X una variable aleatoria. $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ se dice función de distribución de X , si $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$. Y se tiene además que :

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = f_X(x).$$

Problemas

- P1.** Sea \vec{x} un punto escogido de manera aleatoria en un círculo de radio 1. Encuentre la densidad de la v.a. R definida como la distancia desde el punto \vec{x} al centro de círculo.
- P2.** En una determinada población que tiene H hombres y M mujeres, se sabe que el peso de hombres y mujeres tiene una función de densidad f_H y f_M respectivamente.
- Calcule la función de densidad del peso de toda la población (total entre hombres y mujeres).
 - Si se toma un elemento de la muestra. Calcule $\mathbb{P}(\text{sea } H | X > x)$. ¿Qué sucede en el caso $\mathbb{P}(\text{sea } H | X = x)$?
- P3.** Un experimento consiste en disparar una partícula desde el origen del plano cartesiano en un ángulo α respecto al eje de las abscisas. Suponiendo que el ángulo de disparo es una variable aleatoria que distribuye $\alpha \sim U\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, se define una nueva variable aleatoria Y como la altura a la cual la partícula cruza la recta de ecuación $x = 1$. Determine la función de densidad de Y .
- P4.** a) En la isla de Combinatoria, todos los autos tienen una patente de 5 dígitos numéricos (del 1 al 9). Un testigo de un crimen sólo pudo dar una descripción parcial de la patente del auto que se fugó del lugar de los hechos. En particular, el testigo notó que la patente era de Combinatoria, tenía sólo un dígito que ocurre más de una vez y ese dígito aparecía 3 veces. Un oficial de policía estimó que esta información excluye mas del 90 % de todos los autos sospechosos. ¿Es su estimación correcta? Fundamente su respuesta.

b) Dos urnas contienen dos monedas cada una. Las monedas de la urna 1 tienen la probabilidad de cara p_1 y las de la urna 2 probabilidad de cara $p_2 \neq p_1$. Se propone:

- Elegir una urna al azar y lanzar las dos monedas.
- Elegir una moneda al azar de cada urna y lanzarlas.

Se gana si se obtienen dos caras. Determine que procedimiento es más conveniente.

c) Sea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ posee 3 cifras y sus dígitos distintos y ordenados}\}$. Por ej. $146 \in A$, $951 \in A$, $173 \notin A$. No considere casos del tipo 017. ¿cuál es la cardinalidad de A ?