

AUXILIAR 12: INTERVALOS DE CONFIANZA

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADISTICA

PROFESOR: VICENTE ACUÑA

AUXILIARES: MARTIN CASTILLO - FELIPE CAMPOS

11 DE JUNIO, 2014

Protocolo para la construcción de un intervalo de confianza para un parámetro θ

1. Encontrar un estimador $\hat{\theta}$ de θ . Ojalá insesgado.
2. Encontrar la distribución de $\hat{\theta}$ o de alguna función del estimador.
3. Encontrar un estadístico, digamos Z , tal que dependa de $\hat{\theta}$ y de θ , pero cuya distribución no dependa de θ .
4. Encontrar a y b , relacionados bajo algún criterio, tal que $\mathbb{P}(a < Z < b) = 1 - \alpha$, donde $1 - \alpha$ se denomina, nivel de confianza, que es fijado a priori.
5. En base a los cálculos anteriores construir un intervalo para θ .

P1. Un grupo de partículas tiene velocidad $N(\mu, \sigma^2)$. Se toma una muestra de cinco de ellos y sus velocidades son 10, 12, 9, 8, 13.

- a) Construya un I.C. para σ^2 , con confianza 0.9, de tipo cota superior (ie, $\sigma^2 <$).
- b) Si $\sigma^2 = 3,5$, determine con qué confianza se construyó el intervalo de confianza para μ dado por (10; 11,5).

P2. Considere una marca de ampolletas cuya duración (única característica relevante) es una v.a. $X \sim N(\mu, 25)$. Se toma una m.a.s. de tamaño $n = 25$, obteniéndose $\bar{X} = 170$.

- a) Construya un intervalo de confianza de 95% para μ .
- b) ¿Con qué nivel de confianza fue construido el siguiente intervalo para μ : (168.5, 172)?

P3. Se dice que una variable aleatoria X tiene distribución Pareto(c, β) si

$$f(x) = \begin{cases} \beta c^\beta x^{-\beta-1} & \text{si } x \geq c \\ 0 & \text{si } x < c \end{cases}$$

Sea $X_1, \dots, X_n$ muestra aleatoria simple:

- a) Suponiendo c conocido, encuentre el estimador de β usando el método de los momentos.
- b) Determine el estimador máximo verosímil de c y β , denotados por $\hat{c}, \hat{\beta}$.
- c) Determine la densidad de $Y = \ln\left(\frac{x}{c}\right)$ y a partir de ello determine la distribución de $\hat{\lambda} = (1/\hat{\beta})$ considerando c conocido y n grande.

d) Si X representa el ingreso mensual (en miles de \$) de un grupo familiar, $\beta = 3$, $c = 100$ y se toma una muestra de 48 familias de manera independiente. Calcule la probabilidad que el ingreso promedio de las familias supere los 550.000 pesos.

P4. El cocinero del casino de la facultad preparó masa para hacer 500 empanadas. Ese mismo día, en un grupo de 20 alumnos que almorzaron juntos, alguien propuso contar la cantidad de pasas que cada uno encontrase en su empanada, obteniendo la siguiente distribución:

N° de empanadas	1	3	4	5	4	2	1
N° de pasas	0	1	2	3	4	5	8

- i) Suponiendo que la distribución de la cantidad de pasas X en una empanada sigue una ley de *Poisson*, estime el parámetro λ .
- ii) Encuentre un intervalo de confianza para el parámetro λ de una *Poisson*.