

## AUXILIAR 4

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA  
PROFESOR: VICENTE ACUÑA  
AUXILIARES: MARTIN CASTILLO & FELIPE CAMPOS  
4 DE ABRIL, 2014

### Resumen

**Definición:** Diremos que dos eventos  $A$  y  $B$  son independientes si  $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$ .

**Función de Probabilidad.** Sea  $X$  una variable aleatoria discreta. Su función de probabilidad asociada es:

$$p_k = \mathbb{P}(X = k)$$

### Problemas

- Suponga que tiene  $n$  urnas  $(U_1, \dots, U_n)$ , cada una con  $a$  bolitas blancas y  $b$  bolitas negras. Suponga el siguiente experimento: Tomar una bolita al azar (todas las bolitas son equiprobables de ser elegidas) de la urna  $U_1$  y depositarla en la urna  $U_2$ . Hacer este mismo procedimiento para  $U_2, U_3, \dots, U_{n-1}$ . ¿Cual es la probabilidad de sacar una bolita blanca de la urna  $U_n$  dado que en el procedimiento anterior la primera bolita elegida fue blanca? ¿que sucede cuando tenemos muchas urnas ( $n \rightarrow \infty$ )?
- Una urna contienen bolas numeradas de 1 a  $n$ . Si  $m$  bolas son extraídas aleatoriamente y en secuencia, y cada vez es repuesta la bola seleccionada anteriormente. Encuentre  $\mathbb{P}(X = k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ , donde  $X$  es el máximo de los  $m$  números extraídos.
- Muestre que si  $A, B$  son independientes, entonces  $\bar{A}, \bar{B}$  son independientes.
  - Sean  $A_1, \dots, A_n$  independientes tales que  $\mathbb{P}(A_i) = p \forall i$ . Calcule  $\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right)$ .
  - Sean  $A_1, \dots, A_n$  eventos tales que  $\mathbb{P}(A_i) = 0 \forall i$ . Demuestre que  $\mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^n A_i^c\right) = 1$ .
- Suponga que un borrachito da un paso a la derecha con una probabilidad  $p$ , y a la izquierda con una probabilidad  $1 - p$ . Para modelar su movimiento supondremos que se posiciona sobre un número entero, comenzando en la posición  $x = 0$ . Encuentre la función de probabilidad luego de  $n$  saltos.