



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Profesor: Raúl Gouet B.
Auxiliares: Sebastián Tapia G., Alberto Vera A.

Probabilidades y Estadística

Clase Auxiliar 6 - Variables Aleatorias

7 de mayo de 2014

Problema 1 [Decisión Justa].- Dos amigos disputan entre la alternativa A y la B . Deciden resolver al azar, para ésto cuentan con una moneda (que puede ser justa o no) y proponen el experimento de lanzarla dos veces, si sale (cara,sello) gana la opción A , si sale (sello, cara) gana B y si no sale ninguna de las anteriores vuelven a repetir el experimento.

1. Defina la v.a. X igual al número de intentos necesarios para poder decidir por alguna opción y dé su ley.
2. Muestre que según el experimento la probabilidad de que gane la opción A es $\frac{1}{2}$.

Problema 2 [Problemas Básicos].-

1. De un empaque de 20 productos se sabe que hay 4 defectuosos. Se toman 2 productos al azar y se examinan. Calcule el número esperado de productos defectuosos.
2. Un vendedor de diarios compra los periódicos a 10 [u.m.] y los vende a 15 [u.m.], su demanda diaria es una v.a. con distribución binomial de parámetros $n = 3, p = \frac{1}{3}$. Asuma que los diarios que no se venden se pierden. ¿Cuántos diarios debe comprar para maximizar su retorno esperado?
3. Un (mal) alumno contesta toda la p.s.u. al azar (no omite ninguna), suponiendo que por cada incorrecta le restan $\frac{1}{4}$ de punto y por cada correcta suma 1 punto calcule la esperanza de su puntaje.

Problema 3 [Uniforme Discreta].- Sea $N \in \mathbb{N}$ fijo y considere la v.a. que sigue la ley

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{1}{N} \quad k \in \{1, 2, \dots, N\}$$

1. Calcule la función de distribución de X y gráfiquela. ¿Puede pensar en un experimento que de origen a ésta v.a.?
2. Calcule $\mathbb{E}(X)$ y $\text{Var}(X)$, interprete su resultado cuando $N \rightarrow \infty$.

Problema 4 [Reparticiones Cargadas].- Sea $\frac{1}{2} < p < 1$ y considere una mamá que tiene 2 hijos, A y B . Cada día la mamá compra un regalo, se lo da a su hijo favorito (A) con probabilidad p y a su otro hijo con probabilidad $1 - p$, cada día lo hace de forma totalmente independiente. Sea X la v.a. que dice el número de regalos que ha recibido A hasta el día N , con $N \in \mathbb{N}$ fijo.

1. Dé la ley de y calcule la esperanza de X .

2. Suponga ahora que el papá también lleva regalos y que los da de igual forma que la mamá, pero con parámetro $\frac{1}{2} < q < 1$ (A también es su favorito). Calcule ahora $E(X)$
3. Sea Y la v.a. que dice el número de regalos que ha recibido B , dé $E(Y)$ para los dos casos anteriores.

Problema 5 [Distancia de Viaje].- Hay un bus que va de la ciudad A a la B , debe recorrer una distancia de $L[km]$ y con probabilidad p tendrá una falla mecánica. De tener una falla, ésta ocurre en cualquier tramo del viaje con igual probabilidad y los pasajeros deberán caminar desde el lugar de la falla hasta la ciudad B .

1. Asuma $p = 1$, defina X como la v.a. que dice cuanto deberán caminar los pasajeros, dé su ley y calcule su esperanza.
2. Ahora asuma $p \in (0, 1)$, sea Y la v.a. que dice cuanto caminarán los pasajeros. Dé la función de distribución de Y y de ser posible calcule su densidad.
3. En el caso $p = 1$, ahora hay un segundo bus que sale de B y va a buscar a los pasajeros (para llevarlos a B). Si éste bus sale a penas el primero tiene la falla y viaja a velocidad constante $v[km/h]$, defina T como el tiempo que esperan los pasajeros en la carretera y dé su densidad.