Universidad de Chile
Facultad de ciencias físicas
Departamento de Ingenieria Matemática

Auxiliar 3

Profesora: Karina Vilches
Auxiliares: Francisco Fernández, Francisca Jiménez

P1. Resuelva:

a) $y'(x) + (x-1)\,y(x)^2 = (2x-1)\,y(x) - x$

b) $y'(x) = -\frac{4}{x}y(x) + x^3y(x)^2 \;\; con\, x\, > 0$

c) $y''(x) + a\,y'(x)b\,y(x) = 0 \;\; con\, a, b \neq 0$

P2. Un modelo para estudiar la población P(t) de peces en el tiempo, en presencia de pesca constante H, puede representarse mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$P'(t) = P(t)\big(1 - P(t)\big) - H$$

a) Encuentre las soluciones constantes en función de H

b) Si $H < \frac{1}{4}$. Realizando el cambio de variable adecuado encuentre la solución no constante $P(t)$ para una población inicial $P(0) = P_0 > 0$.

P3. Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\; f \in C^1 \;\; talque$:

$$\exists M \in \mathbb{R}, \qquad \forall x \in \mathbb{R} \;: \qquad |f'(x)| \leq M$$

Sea $y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por la ecuación diferencial:

$$y'(x) = f(y)$$

a) Demuestre que para $y(x)$ solución:

$$\exists t_0 \in \mathbb{R}\colon\; y'(t_0) = 0 \Rightarrow y(x) = 0$$

b) Suponga que $y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una solución acotada de la ecuación. Demuestre:

$$\lim_{t\to\infty}(y(t)) \quad y \quad \lim_{t\to -\infty}(y(t)) \quad Existen$$

c) Demuestre que todas las soluciones de la ecuación diferencial $y'(x) = 1 + cos^2(y)$ Son no acotadas.