

**MA2601: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
 AUXILIAR # 10 LAPLACE**

Profesor: Héctor Oliveros.
 Auxiliares: Belen Barrios & José Cereceda.
 13 de junio de 2014

Problemas.

P1 Muestre las siguientes propiedades de la transformada de Laplace

$$a) \mathcal{L}[f^{(n)}] = s^n \mathcal{L}[f](s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k f^{(n-k)}(0^+)$$

$$b) \mathcal{L} \left[\underbrace{\int_a^t \cdots \int_a^t}_{n \text{ veces}} f(u) du \right] (s) = \frac{1}{s^n} \mathcal{L}[f](s) - \sum_{k=1}^n \frac{1}{s^k} \int_0^a \underbrace{\int_a^t \cdots \int_a^t}_{n-k \text{ veces}} f(u) du$$

$$c) \mathcal{L}[H(t-a)f(t-a)](s) = e^{-sa} \mathcal{L}[f(t)]$$

$$d) \mathcal{L}[f(t)](s-a) = \mathcal{L}[e^{at}f(t)](s)$$

P2 a) Encuentre la solución de la ecuación integral

$$y(t) = a \cos(t) - 2 \int_0^t \cos(t-u)y(u)du$$

b) Resuelva la ecuación integro-diferencial

$$y'(t) + 2y(t) + \int_0^t y(\tau)d\tau = \begin{cases} t & 0 \leq t < 1, \\ 2-t & 1 \leq t < 2, \\ 0 & 2 \leq t \end{cases}$$

c) Para $n \geq 1$, demuestre las siguientes identidades

$$t^n * \sin(wt) = \frac{1}{w}(t^n - nt^{n-1} * \cos(wt)) \tag{1}$$

$$t^n * \cos(wt) = \frac{n}{w}t^{n-1} * \sin(wt) \tag{2}$$