MA2601: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
AUXILIAR # 4

Profesor: Héctor Olivero.
Auxiliares: Belén Barrios & José Cereceda.

P1 Sean u, v funciones positivas tales que

$$u'' + a(x)u = 0$$

$$v'' + b(x)v = 0$$

con $a, b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continuas tales que

$$(\exists x_0 \in \mathbb{R}) (\forall x > x_0) \Rightarrow a(x) > b(x)$$

Pruebe que si las condiciones iniciales satisfacen $u(x_0) = v(x_0)$, $u'(x_0) = v'(x_0)$, entonces $v(x) > u(x) \forall x > x_0$. **Hint:** Estudie la monotonía del Wronskiano asociado a u, v .

P2 Encuentre la solución de la siguiente ecuación diferencial

$$y''' + y' = 1 + \sin(x)$$

P3 Considere la ecuación

$$ty'' + (1 - 2t)y' + (t - 1)y = te^t.$$

Demuestre que $y_1(t) = e^{\alpha t}$ es una solución de la ecuación homogénea, para cierto α . A continuación, determine la solución general.

P4 [Propuesto] Si los coeficientes de la siguiente ecuación diferencial:

$$a(t)y'' + b(t)y' + c(t)y = 0$$

satisfacen $a(t) + b(t) + c(t) = 0$, pruebe que $y = e^t$ es solución de la ecuación homogénea. Aplique lo anterior para resolver:

a) $(t - 1)y'' - ty' + y = (t - 1)^2 e^{2t}$

b) $2ty'' + (1 - 4t)y' + (2t - 1)y = e^t$

Encontrando primero la solución homogénea y luego la solución particular. *Indicación: Use fórmula de Abel.*