MA2001-1 Cálculo en Varias Variables
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Sebastián Urzúa B.

Auxiliar 13

04 de Julio de 2014

P1. Calcule
$$I = \int_0^{\sqrt{2}} \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cos(\pi x^2) dx dy.$$

P2. Una lámina D tiene forma de semidisco de radio a. Hallar la masa de la lámina y su centro de masa, sabiendo que la densidad de masa varía proporcionalmente a la distancia al centro del lado recto de la lámina.

Recuerdo (?): Sea $\rho : D \to \mathbb{R}$ la densidad de masa, entonces la Masa M está dada por:
$$M = \iint_D \rho(x,y) dx dy,$$
y las coordenadas $(\bar{x}, \bar{y})$ del centro de masa están dados por:
$$\bar{x} = \frac{1}{M} \iint_D x\rho(x,y) dx dy, \; \bar{y} = \iint_D y\rho(x,y) dx dy.$$

P3. Sea
$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1, \; (x-1)^2 + y^2 \leq 1\},$$
y sea la transformación $T(u,v) = \left(\frac{u}{u^2+v^2}, \frac{-v}{u^2+v^2} \right)$.

(a) Dibuje la región Ω. Además, encuentre y dibuje D tal que $T(D) = \Omega$.

(b) Calcule
$$\iint_\Omega \frac{x}{(x^2+y^2)^2} dA$$

P4. Determinar el volumen de la región limitada por la superficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ y los planos $y = x$, $y = \sqrt{3}x$ y que está dentro de $x \geq 0$, $y \geq 0$.

P5. Calcular
$$\iint_E \sqrt{x^2 + y^2} dA.$$
donde E es la intersección del disco $(x-a)^2 + y^2 \leq a^2$, donde $a > 0$ y la región $|y| \leq x$.

P6. Calcular el área de las superficies de un toro de Radio interno a y radio externo R y de una helicoide en una vuelta y de altura a,