Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1101-6 - Introducción al álgebra

Profesora: María Leonor Varas
Profesora auxiliar: Ivana Bachmann
Fecha: 24 de abril de 2014

Auxiliar 6: Clases de equivalencia e inducción

P1. (P3.a C2 2006) Sea E un conjuto y $A \neq \phi$ un subcojunto fijo de E. Se define en $\mathcal{P}(E)$ la relación $\mathcal{R}$ por:

$$X\mathcal{R}Y \iff A \cap X = A \cap Y$$

(a) Demuestre que $\mathcal{R}$ es relación de equivalencia

(b) Demuestre que el conjunto cuociente $\mathcal{P}(E)/\mathcal{R} = \{[x] : x \in \mathcal{P}(A)\}$

(c) Demuestre que para $X, Y \in \mathcal{P}(A)$ se tiene que $X \neq Y \implies [x] \neq [y]$

P2. Demuestre que el producto de 3 naturales consecutivos es múltiplo de 6

P3. Una de las secuencias más conocidas es la sucesión de fibonacci la cual se define por:

$$\begin{aligned} f_1 &= 1 \\ f_2 &= 1 \\ f_{n+2} &= f_{n+1} + f_n \end{aligned}$$

(a) Demuestre por inducción que la suma de 3 términos consecutivos de fibonacci es siempre par.

(b) Demuestre por inducción que dos números consecutivos en la sucesión de fibonacci son primos relativos.

Repaso de inducción:

Dada una afirmación p_n que depende de $n \in \mathbb{N}$, se desea probar que esta es siempre cierta a partir de cierto n_0 en adelante.

Método de inducción:

-Probar caso base: Primer caso para el cual se cumple nuestra afirmación (p_{n_0})
-Opción 1: Probar que dado algún $n \in \mathbb{N}$ cualquiera se tiene que $p_n \implies p_{n+1}$ es verdadero.
-Opción 2: Probar que dado algún $n \in \mathbb{N}$ cualquiera se tiene que $p_{n-1} \implies p_n$ es verdadero.