Pauta P3.b

Fibonacci:

$$f_1 = 1,\ f_2 = 1 \qquad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \quad \forall n \geq 1$$

pdq: f_n y f_{n+1} son primos relativos $\forall n \geq 1$.

Usando inducción:

¿Qué es ser "primos relativos"?
a y b son primos relativos si el máximo común divisor de a y b es 1

$\underline{\text{CB}}$ $n = 1$

$f_1 = 1$ y $f_2 = 1$. mcd?

$\text{mcd}(f_1, f_2) = 1$ ✓

$\underline{\text{HI}}$ f_n y f_{n+1} son primos relativos

$\underline{\text{PI}}$ pdq:

$\underbrace{f_n \text{ y } f_{n+1} \text{ son primos relativos}}_{\text{(arañita)}} \Rightarrow \underbrace{f_{n+1} \text{ y } f_{n+2} \text{ son primos relativos}}_{\text{(abejita)}}$

Por contradicción:

Supongamos que (arañita) es verdadero y (abejita) es falso. Si (abejita) es falso entonces existe $d > 1$ tal que divide a f_{n+1} y f_{n+2}, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$, luego si d divide a f_{n+2} y a f_{n+1} entonces d divide a f_n pues $f_{n+2} - f_{n+1} = f_n$ y existe k, k' tal que $f_{n+1} = d \cdot k$ y $f_{n+2} = d \cdot k' \Rightarrow f_{n+2} - f_{n+1} = d(k - k') = f_n$. Así d divide a f_n y f_{n+1} y $d > 1 \Rightarrow f_n$ y f_{n+1} **NO** son primos relativos $\rightarrow\leftarrow$

Esto contradice (arañita), luego en efecto se tiene:

f_n y f_{n+1} son primos relativos $\Rightarrow$ f_{n+1} y f_{n+2} son primos relativos ■