Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1101-6 - Introducción al álgebra

Profesora: María Leonor Varas
Profesora auxiliar: Ivana Bachmann
Fecha: 9 de abril de 2014

Auxiliar 4: Composición de funciones

P1. (P3.ii.b C1 1997) Sea $E = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid \text{f es una función biyectiva}\}$, es decir E contiene a todas las funciones biyectivas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Se define la función $\psi : E \to E$ tal que para cada $f \in E$ $\psi(f) = f^{-1}$, es decir ψ le asocia a cada función en E su inversa. Pruebe que $\psi(f \circ g) = \psi(g) \circ \psi(f)$.

P2. (P3.a.i C1 2002) Sean X, Y, Z conjuntos no vacíos. Sean las funciones $s : X \longrightarrow Y$ y $t : Y \longrightarrow Z$. Demuestre que:

- **(a)** $(t \circ s)$ sobreyectiva $\Longrightarrow t$ sobreyectiva
- **(b)** $(t \circ s)$ inyectiva $\Longrightarrow s$ inyectiva
- **(c)** $(t \circ s)$ sobreyectiva $\wedge$ t biyectiva$\Longrightarrow s$ sobreyectiva
- **(d)** $(t \circ s)$ inyectiva $\wedge$ s biyectiva$\Longrightarrow t$ inyectiva

P3. (P3.a.ii C1 2002) Sean A, B, C conjuntos no vacíos. Sean las funiciones $f : A \longrightarrow B$, $g : B \longrightarrow C$ y $h : C \longrightarrow A$ tal que $(f \circ g \circ h)$ es inyectiva, $(g \circ h \circ f)$ es inyectiva y $(h \circ f \circ g)$ es sobreyectiva. Demuestre que las tres funciones f, g y h son biyectivas.