Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1101-6 - Introducción al álgebra

Profesora: María Leonor Varas
Profesora auxiliar: Ivana Bachmann
Fecha: 1 de abril de 2014

Auxiliar 3: Funciones

P1. (P2.b C1 1998) Sea E un conjunto y A un subconjunto de E. Se define la función $f : \mathcal{P}(E) \to \mathcal{P}(E)$ como $f(X) = X \bigtriangleup A$ para cada $X \subseteq E$. Probar que f es biyectiva y determine la función inversa de f.

hint: Use sin demostrar que $A \bigtriangleup B = C \implies A \bigtriangleup C = B$ y $A \bigtriangleup (A \bigtriangleup B) = B$. Recuerde que $A \bigtriangleup B = A \bigtriangleup C \implies B = C$

P2. (P3.ii.a C1 1997) Sea $E = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid \text{f es una función biyectiva}\}$, es decir E contiene a todas las funciones biyectivas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Se define la función $\psi : E \to E$ tal que para cada $f \in E$ $\psi(f) = f^{-1}$, es decir ψ le asocia a cada función en E su inversa. Pruebe que ψ es biyectiva.

P3. (P3.i C1 2001) Para $a, b \in \mathbb{R}$ considere la recta $L_{a,b} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = ax + b\}$ y la colección de rectas $\mathcal{L} = \{L_{a,b} \subseteq \mathbb{R}^2 : a, b \in \mathbb{R}\}$ Se define el conjunto de pares de rectas no paralelas

$$\mathcal{H} = \{(L, L') \in \mathcal{L}^2 : L \cap L' \neq \phi, L \neq L'\}$$

y la función $\varphi : \mathcal{H} \to \mathbb{R}^2$ tal que $\varphi((L, L')) = (x_0, y_0)$ es el único punto de intersección de L y L'. Pruebe que φ es sobreyectiva.