MA1002 - Cálculo Integral y Diferencial Semestre 2014-01
Profesora: Natacha Astromujof
Auxiliar: Simón Piga

Auxiliar 6
Primitivas

P1. Sean f, g, h funciones tales que $f(x) = g'(x) + h'(x)g(x)$. Encuentre la primitiva:

$$\int f(x)e^{h(x)}dx = e^{h(x)}g(x) + c$$

P2. Sea g una función derivable fija. Considere: $\mathcal{I}_g := \{f \text{ derivable } |\exists F(x), \;\; F'(x) = f'(x)g(x)\}$

a) Pruebe que para $\mathcal{I}_g$ es cerrado para la suma y el pruducto por escalar.

b) Demuestre que si $f \in \mathcal{I}_g$ entonces existe $F_1(x)$ tal que $F_1'(x) = f(x)g'(x)$.

c) Demuestre que la función $\Lambda_g(f) = \int fg'$ es lineal

P3. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+$ derivable y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ continua tales que $f'(x) + g(x)f(x) = 0$
Demuestre que:

$$\int g(x)dx = -ln(f(x)) + c$$

P4. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+$ derivable y tal que $\int f(x)dx = f(x)$

i Pruebe que $\frac{f'(x)}{f(x)} = 1$

ii Demuestre $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = x + c$

iii Concluya que $f(x) = e^{x+c}$