MA1002 - Cálculo Integral y Diferencial Semestre 2014-01
Profesora: Natacha Astromujof
Auxiliar: Simón Piga

Auxiliar 4
Control 1

P1. a) Sean $g_n(x) = x^n + x - 1$. Demuestre que para todo g_n existe al menos una raíz r_n. Pruebe además que r_n tiene una subsucesión convergente

b) Sean f, g continuas tales que:

$$f(a) = -g(b) \qquad f(b) = -g(a)$$

Entonces existe un $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = g(c)$

c) Sea f continua tal que $f(-1) = 0$, $f(0) = 1$ y $f(1) = -1$. Demuestre que existe $\tilde{x}$ tal que $f \circ f(\tilde{x}) = \tilde{x}$.

d) Demuestre que en todo instante en la tierra existen dos puntos antipodales tales que su temperatura es la misma. Existen solo un par de puntos? o más?.

[Antipodales: Diametralmente opuestos]

P2. Sean f, g derivables, tales que:

$$g(x) = xf(x) + 1 \qquad g(x + y) = g(x)g(y) \qquad f(0) = 1$$

Demuestre que

a) $g'(x) = g(x)$

b) $\forall n \in \mathbb{N} \quad xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x) = g(x)$

P3. a) Sea r raíz de un polinomio P. Demuestre que r tiene multiplicidad mayor o igual que 2 si y solo si r es raíz de P'. Puede generalizar este resultado?

b) Derive:

a) $e^{-sen(x)} cos(ln(x))$

b) $sen^2(x) \cdot \sqrt{1 + tag(x)} + 5ln(cos(x^3))$

c) x^x