

Propuestos # 2 Dipolos y Dieléctricos

Auxiliares: Rodrigo Chi D. & César Díaz.

Otoño 2014

Problema 1

Un capacitor de placas dos placas paralelas encierra un material dieléctrico que varía espacialmente su constante dieléctrica de modo que $\epsilon(x) = \epsilon_0 e^{\alpha x}$, donde α es una constante. Encuentre el campo eléctrico $\vec{E}(x)$ dentro de las placas cuando ellas están cargadas a una diferencia de potencial V .

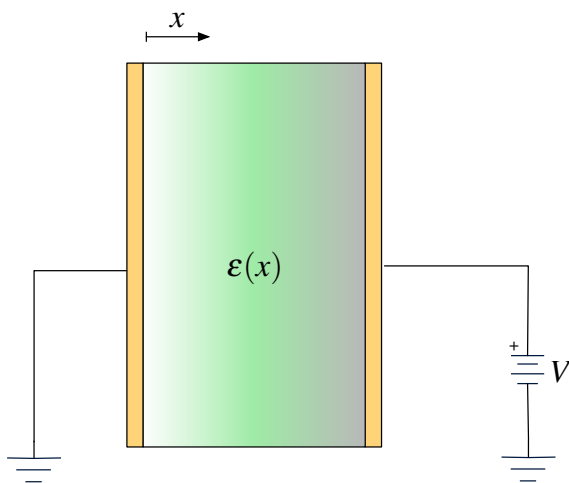


Figura 1: Problema 1

Problema 2

Considere un cilindro de largo L y radio $a \ll L$. El cilindro se encuentra uniformemente polarizado a lo largo de la dirección normal de su eje, $\vec{P} = P_0 \hat{z}$. Determine el campo eléctrico y el potencial en todo el espacio.

Problema 3

El espacio entre dos discos paralelos conductores de radio R y separados una distancia $d \ll R$ es puesto un dieléctrico no uniforme, de modo que su permitividad varía linealmente en función de la distancia del centro de los discos

$$\epsilon(r) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \frac{r}{R}$$

Calcule la capacitancia que forma este sistema.

Problema 4

Suponga una zona en el espacio separada por dos sectores: al izquierda un sector con permitividad ϵ_1 y a la derecha ϵ_2 . Un campo eléctrico $\vec{E}_1$ (con sus correspondientes vectores $\vec{D}$ y $\vec{P}$) incide sobre la zona de izquierda, emergiendo un campo $\vec{E}_2$, a la derecha. Los ángulos de incidencia son los que se muestran en la figura. En la interfaz, hay una densidad de carga σ . Determine $\vec{P}_2$ en función de las permitividades eléctricas, los ángulos de incidencia y la densidad de carga.

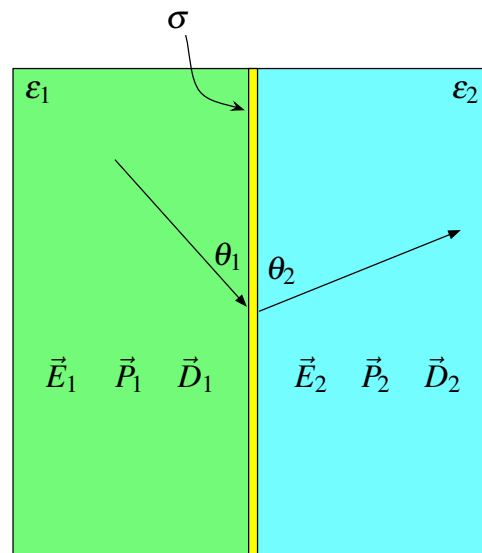


Figura 2: Problema 1

Problema 5

Considere una esfera conductora de carga Q que se encuentra inserta en un medio dieléctrico como se indica en la figura 1. La parte superior de su volumen ($\theta \in [-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$) se encuentra expuesta al vacío y la parte inferior se encuentra expuesto a un medio dieléctrico lineal, isotrópico y homogéneo de constante ϵ . Determine

- El vector desplazamiento, el campo eléctrico y el vector polarización en todo el espacio.
- El potencial electrostático en todo el espacio.
- La energía electrostática del sistema.

- d) Encuentre el valor de α tal que la energía electrostática del sistema sea máxima. Explique su resultado.

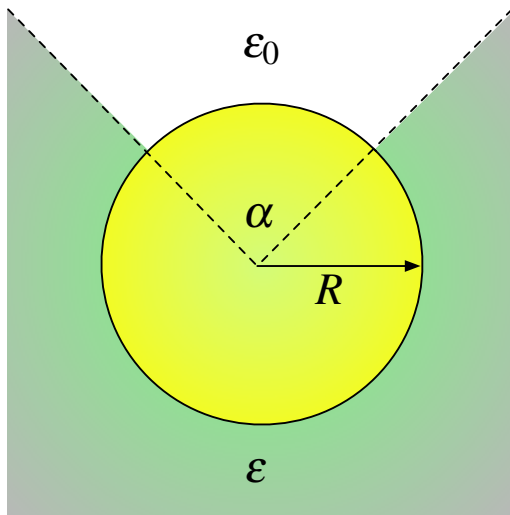


Figura 3: Esfera

Problema 6

Considere un tubo en forma de U dispuesto como en la figura 2. El tubo es de sección cuadrada de lado a , y dentro de él existen un líquido dieléctrico de permitividad ϵ y densidad ρ . En una de sus aperturas se coloca un condensador de placas paralelas muy largo de ancho a y de área A , de modo que coincida con el ancho del tubo. Inicialmente el líquido se encuentra en equilibrio de alturas dentro del tubo.

- Al ser el condensador conectado a una batería, se aprecia que la diferencia entre los niveles del líquido mide h . Determine la diferencia de potencial V_0 que suministra la batería.
- Considere que, en vez de conectarse a una batería, el condensador adquiere una carga Q y $-Q$ en cada una de sus placas. ¿Es posible causar el mismo efecto que la parte anterior?, de ser así, ¿Cuál debe ser ese valor de carga Q para que la diferencia de alturas del líquido sea h ?

Problema 7

Se tiene un condensador plano de área A en el vacío, y se carga con una batería. El condensador obtiene una carga Q . Luego, se desconecta de la batería y se llena la mitad del espacio entre placas con un dieléctrico de permitividad ϵ_2 . Calcular:

- La nueva diferencia de potencial entre las placas
- Las densidades superficiales de carga en cada placa

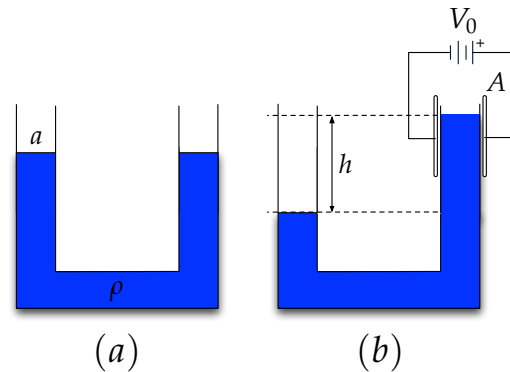


Figura 4: Tubo en forma de U

- c) Las densidades de carga de polarización del dieléctrico

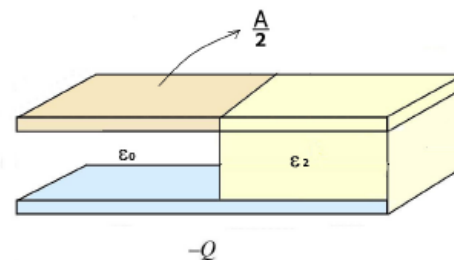


Figura 5: Condensador

Problema 8

Un cascarón esférico macizo (radio interno a y externo b) está hecho de un material tal que la polarización en su interior está dada por $\vec{P}(r) = \frac{k}{r} \hat{r}$, donde k es una constante arbitraria y r la distancia al centro. Note que no hay carga libre en este problema. Encuentre de dos maneras distintas el campo eléctrico en todo el espacio

Problema 9

Considere un sistema de simetría cilíndrica compuesto de un alambre rectilíneo infinito con densidad de carga λ_0 uniform rodeado de un cilindro de radio a de material dieléctrico con constante ϵ_a , a su vez rodeado de un cilindro conductor de un radio exterior c el cual, finalmente, está rodeado de un cilindro dieléctrico de radio exterior b y de constante dieléctrica ϵ_b . Todos los cilindros también son infinitos. El cilindro conductor está cargado; su carga, por unidad de longitud es λ_1 . Determine:

- El campo eléctrico en todas partes.
- La densidad de carga total en las tres interfaces.

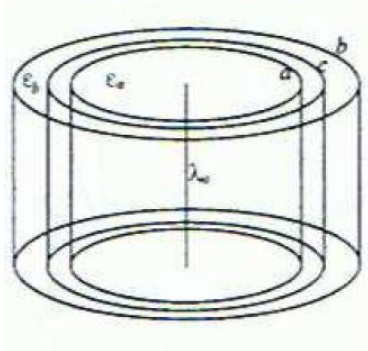


Figura 6: Placas cilíndricas

Problema 10

El espacio entre dos largos y delgados cilindros metálicos infinitos está lleno con un material de constante dieléctrica ϵ . los cilindros tienen radios a y b .

- ¿Cuál es la carga por unidad de longitud en los cilindros cuando el potencial entre ellos es V y el cilindro exterior tiene el potencial más alto?
- ¿Cuál es el campo eléctrico entre los cilindros?

Problema 11

Una mitad de la región entre dos placas esféricas de radio interno a y externo b está llena con un dieléctrico de permitividad ϵ_1 y la otra mitad tiene permitividad ϵ_2 . Si la placa interna tiene una carga total Q y la externa $-Q$, Encontrar:

- Los desplazamientos eléctricos D_1 y D_2 en las regiones ϵ_1 y ϵ_2
- Los campos eléctricos en ϵ_1 y ϵ_2
- La capacitancia total del sistema

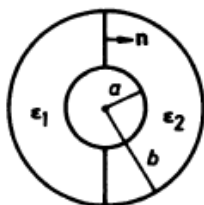


Figura 7: Placas esféricas

Soluciones:

Problema 1

$$L = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad C = \frac{\epsilon_0 \pi a^2}{s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{a} \sqrt{\frac{2s}{h \ln\left(\frac{b}{a}\right)}}$$

Problema 7

$$V = \frac{2Qd}{A(\epsilon + \epsilon_0)}$$

$$\sigma_1 = \epsilon_0 \frac{V}{d} = \frac{\epsilon_0 2Q}{A(\epsilon + \epsilon_0)},$$

$$\sigma_2 = \epsilon \frac{V}{d} = \frac{\epsilon 2Q}{A(\epsilon + \epsilon_0)}$$

$$\sigma_P = -\frac{2Q}{A(\epsilon + \epsilon_0)}(\epsilon - \epsilon_0)$$

$$-\sigma_P = \frac{2Q}{A(\epsilon + \epsilon_0)}(\epsilon - \epsilon_0)$$

Problema 8

$$E = 0, (r < a) \text{ y } (b < r), \quad E = -\frac{k}{\epsilon_0 r} \hat{r}, (a < r < b)$$

Problema 10

$$\lambda_{in} = -\frac{2\pi\epsilon V}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}, \quad \lambda_{out} = \frac{2\pi\epsilon V}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} \quad E = -\frac{V}{r \ln\left(\frac{a}{b}\right)} \hat{r}$$

Problema 11

$$D_1 = \frac{\epsilon_1 Q r}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)r^3}, \quad D_2 = \frac{\epsilon_2 Q r}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)r^3}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{Q r}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)r^3}$$

$$C = \frac{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)ab}{b-a}$$