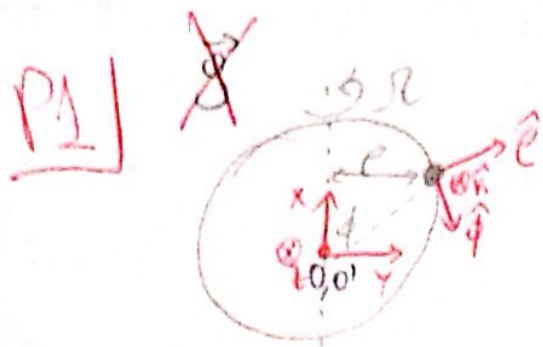


Paula Examen 2014

Prof: Bitricio Cordero
Asn: Sergio Cordero



Dado a que nos enfrentamos a un problema de movimiento relativo, el primer paso es definir bien nuestros sistemas S y S' , que en este caso los ubicamos en el centro del anillo, con S' rotando solidario.

$$V(r) = \frac{1}{2} K \rho^2$$

$$\Rightarrow \vec{\Omega} = \Omega \hat{x} = \Omega \hat{x}'$$

$$\vec{R}^S = \vec{R}^{S'} = \vec{R}^{\hat{S}} = 0$$

$$\vec{r}' = R \hat{e} ; \vec{v} = R \dot{\phi} \hat{\phi} ; \vec{a} = R \ddot{\phi} \hat{\phi} - R \dot{\phi}^2 \hat{e}$$

a) Determinar todos! las fuerzas

Fzs reales: Normal: $\vec{N} = N_R \hat{R}' + N_e \hat{e}$ en cartesianas.

Potencial: $\vec{F}_p = -\nabla U = \begin{pmatrix} 0 \\ -K y' \\ 0 \end{pmatrix} = -K y' \hat{j}'$
 $y' = \rho$

dada la geometría del problema, siempre se cumple que $y' = \rho = R \sin \phi //$
 $\Rightarrow \vec{F}_p = -K R \sin \phi \hat{j}'$

Fzs Ficticias:

Centrífuga: $-m \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') = -m \Omega^2 R \hat{x}' \times (\cos \phi \hat{x}' + \sin \phi \hat{j}') = m \Omega^2 R \sin \phi \hat{j}' //$

Coríolis: $-2m \vec{\Omega} \times \vec{v}' = -2m \Omega R \dot{\phi} \hat{x}' \times (-\sin \phi \hat{x}' + \cos \phi \hat{j}') = -2m \Omega R \dot{\phi} \cos \phi \hat{R}' //$

Transversal: claramente $\vec{\Omega}^S = 0 \Rightarrow \vec{F}_{trans} = 0$

b) Ati: $m\vec{a}' = \sum \vec{F}_{real} - m\vec{\Omega} \times \vec{r}' + \sum \vec{f}_{ficticias}$

$$\Rightarrow mR(\ddot{\phi}\hat{\phi} - \dot{\phi}^2\hat{\rho}) = N_K\hat{K} + N_\rho\hat{\rho} - KR\sin\phi\hat{z}' + m\Omega^2 R\sin\phi\hat{z}' - 2m\Omega R\dot{\phi}\hat{\phi}$$

Para el caso $\phi=0$ vemos que $\hat{\rho}=\hat{e}'$ y $\hat{\phi}=\hat{z}'$ este nos interesa

$$\hat{\phi} \Rightarrow mR\ddot{\phi} = -KR\sin\phi + m\Omega^2 R\sin\phi = -KR\sin\phi \left(1 - \frac{m\Omega^2}{K}\right)$$

Para que el sistema oscile la constante debe ser < 0

$$\Rightarrow 1 - \frac{m\Omega^2}{K} \geq 0 \Rightarrow \boxed{\frac{K}{m} > \Omega^2}$$

condición para que el sistema oscile con respecto a $\phi=0$

De aquí se tiene: $\ddot{\phi} = -\left(\frac{K}{m} - \Omega^2\right)\sin\phi$

$$\Rightarrow \omega_{p.0}^2 = \frac{K}{m} - \Omega^2 \Rightarrow \boxed{T_{p.0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K - m\Omega^2}}}$$

c) Queremos $\vec{F} = F(\phi)\hat{\phi}$ tal que $\dot{\phi} = \frac{v_0}{R} = \text{cte}$ y $\ddot{\phi} = 0$

$$\Rightarrow mR\ddot{\phi} = -KR\sin\phi\cos\phi + m\Omega^2 R\sin\phi\cos\phi + F$$

$$\Rightarrow \boxed{F = R\sin\phi\cos\phi(K - m\Omega^2)}$$