

# Auxiliar Extra Examen

## Problema 1

Considere un tubo que gira con velocidad angular  $\omega_0$  constante en torno a un eje vertical, tal como se indica en la figura adjunta. En el interior del tubo se mueve con roce despreciable una partícula de masa  $m$ , atada al eje de rotación mediante un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $L_0$ . Si la partícula se libera desde una posición donde el resorte no está deformado.

Determine:

- Ecuación de movimiento para la distancia  $\rho$  de la partícula al eje de rotación; ¿ bajo qué condiciones el movimiento de la partícula relativo al tubo es armónico?
- Si se conserva la energía de la partícula en este movimiento, explique.

## Problema 2

Considere una estructura cuadrada formada por cuatro barras de largo  $2L$  cada una, y de masa despreciable. En los extremos del cuadrado se encuentran 4 partículas de masa  $m$  c/u. La estructura está apoyada en el punto medio de la barra horizontal superior, como se indica en la figura. Si el sistema se perturba ligeramente haciéndolo oscilar respecto del punto de apoyo, determine:

- La ecuación de movimiento para el ángulo que forman las barras superior e inferior con la dirección horizontal.
- El periodo de las pequeñas oscilaciones del sistema.

### Problema 3

Encontrar las ecuaciones para un péndulo doble en el plano, que consiste en una partícula de masa  $m_1$  que pende de un hilo de largo  $R_1$ . El otro extremo de este hilo está fijo a un punto  $P$ . De la primera partícula nace otro hilo de largo  $R_2$  en cuyo extremo hay una partícula de masa  $m_2$ . Escriba las ecuaciones de Euler-Lagrange en el caso en que el movimiento ocurre en un plano fijo.

### Problema 4

Obtenga las ecuaciones de Euler-Lagrange de un péndulo esférico.

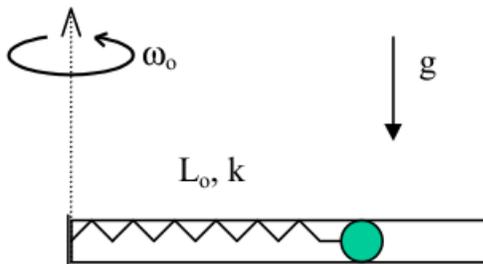


Figura 1: Problema 1

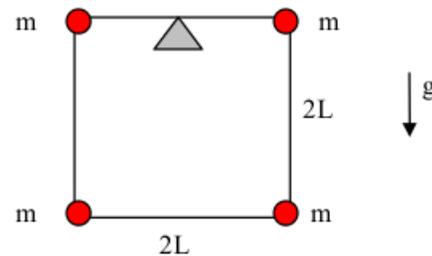


Figura 2: Problema 2