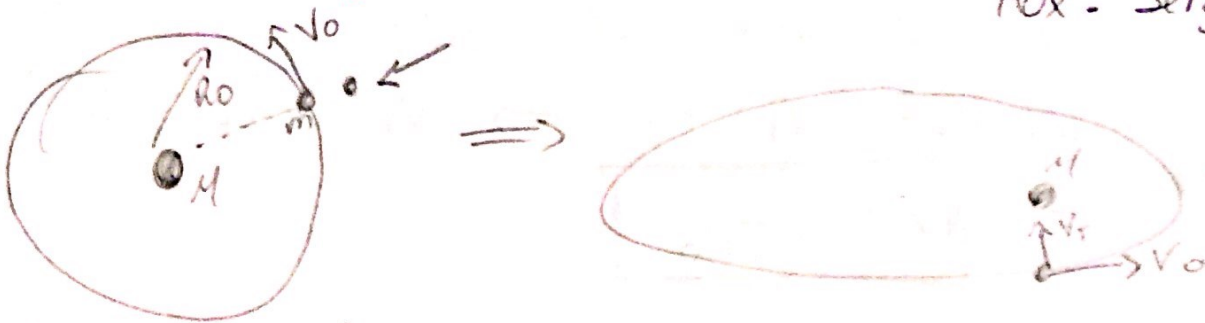


Pauta Ejercicio 11.

Prof: Yatrio Cordero
Aux: Sergio Lotré.



Datos: M, m, G .

Además, el satélite conserva su masa y posición justo después del impacto, pero su energía cambia de la forma $E_{\text{nueva}} = \frac{1}{2} E_{\text{original}}$

- a) Si el satélite orbita en una circunferencia, entonces no posee velocidad radial y su rapidez tangencial será:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}}$$

Por lo cual la energía mecánica del sistema será:

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GMm}{R_0} = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R_0} - \frac{GMm}{R_0}$$

$$\Rightarrow E_0 = -\frac{GMm}{2R_0}$$

- b) Ahora, dado a que la posición se conserva después del impacto, también lo hace su energía potencial. Por lo cual la energía mecánica justo después del impacto es

$$E_f = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GMm}{R_0} \quad \text{pero} \quad E_f = \frac{E_0}{2} = -\frac{GMm}{4R_0}$$

donde v_f es la rapidez del satélite justo después del impacto.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{GMm}{R_0} - \frac{GMm}{4R_0} \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{3GM}{2R_0}}$$

Luego, dado a que el golpe es radial, se conserva la velocidad tangencial y el cambio en rapidez corresponde solo a un cambio de velocidad radial. Así:



$$\Rightarrow v_f^2 = v_r^2 + v_0^2 \Rightarrow v_r = \sqrt{v_f^2 - v_0^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_r = \sqrt{\frac{64}{2R_0}}}$$

c) Recordando que podemos escribir el momento angular como: $l = r^2 \dot{\phi} m$, vemos que esta cantidad se conserva después del impacto (nuevamente porque es radial)

$$\Rightarrow l = m^2 R_0^2 \dot{\phi} = m^2 R_0 v_0 = m R_0 \sqrt{\frac{64}{R_0}} \Rightarrow l^2 = m^2 R_0^3$$

Así como $r = \frac{R}{1 + \cos \phi} \cdot e = \frac{R_0}{1 + e \cos \phi}$

donde $e^2 = \frac{1 + 2 E_f l^2}{6^2 4^2 m^3} = \frac{1 + 2 \left(\frac{-64 R_0}{2^4 R_0} \right) m^2 R_0^3}{6^2 4^2 m^3}$

$\uparrow$ $\uparrow$
 perdón perdón

$$e^2 = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{e = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

Claramente se tendrá que $r_{\min}$ ocurre en $\phi = 0$, y $r_{\max}$ en $\phi = \pi$

Como $r = \frac{R_0}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \phi}$

Entonces

$$\boxed{r_{\min} = \frac{\sqrt{2} R_0}{\sqrt{2} + 1}}$$

$$\boxed{r_{\max} = \frac{\sqrt{2} R_0}{\sqrt{2} - 1}}$$