Auxiliar N°7

Problema 1

Demuestre que el siguiente campo de fuerza es conservativo

$$\vec{F} = x(y^2 + z^2)\hat{\imath} + y(x^2 + z^2)\hat{\jmath} + z(x^2 + y^2)\hat{k}$$

Problema 2

Una partícula P de masa m se mueve sin roce sobre la superficie exterior de un cono de ángulo $\pi/4$. El sistema está muy lejos de la Tierra, no hay peso. P comienza su movimiento a distancia r_0 del vértice (ver figura P.3.2), con velocidad perpendicular al eje Z y velocidad angular $\dot{\phi} = \omega_0$.
Aparte de la normal, hay una fuerza de atracción que el eje Z ejerce sobre la partícula. En coordenadas cilíndricas esta fuerza es:

$$\vec{f} = -B\frac{\hat{\rho}}{\rho^2}$$

donde B es una constante conocida suficientemente grande para que, dadas las condiciones iniciales, P no pueda despegarse del cono.

a) Encuentre la función $\dot{\phi}$ de P en función de la coordenada esférica r.

b) Determine si $\vec{f}$ es conservativa.

c) Escriba la energía mecánica total en función de r y $\dot{r}$

d) ¿Existen soluciones en que la coordenada esférica r está acotada entre dos valores, r_{min} y r_{max}?.

?

Problema 3

Una partícula de masa m se mueve por el interior de un paraboloide de revolución descrito por la ecuación $z = a(x^2 + y^2)$, bajo la acción del campo gravitatorio terrestre. Suponga que la partícula se encuentra inicialmente a una altura h sobre el punto más bajo del paraboloide y que se le da una velocidad inicial v_o en dirección horizontal, sobre la superficie de revolución. Determine las alturas máximas y mínimas que alcanza la partícula en su movimiento sobre el paraboloide.

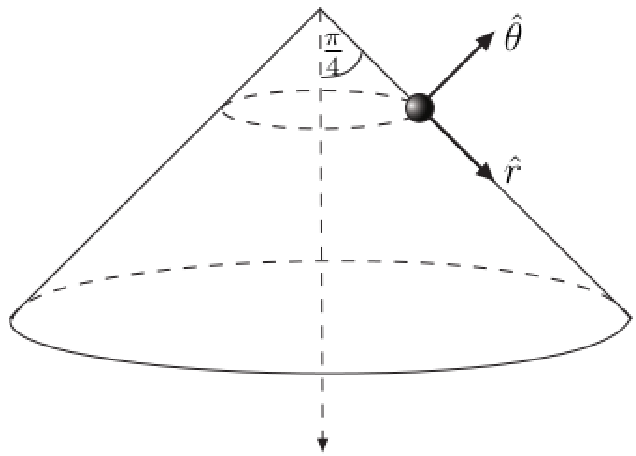

Figura 0.1: Problema 2

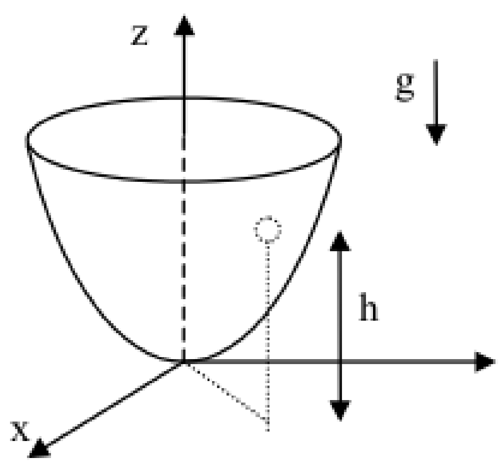

Figura 0.2: Problema 3