

## Solución Pregunta 2:

Tomando un sistema polar de coordenadas, hacemos sumatoria de fuerzas:

$$\sum \vec{F} = N\hat{\theta} - mg \cos \theta \hat{\theta} - F_{roce}\hat{\rho} - mg \sin \theta \hat{\rho}$$

La aceleración en polares es:

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\hat{\rho} + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

Y como queremos que no deslice:

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\hat{\rho} + R\alpha\hat{\theta}$$

Por lo tanto, haciendo  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ , obtenemos:

$$N - mg \cos \theta = mR\alpha \quad (1)$$

$$-F_{roce} - mg \sin \theta = -mR\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

De (1) obtenemos la normal en función del ángulo:

$$N = mg \cos \theta + R\alpha = mg \cos \theta + 2mg$$

Y de (2) obtenemos la fuerza de roce en función del ángulo y de  $\dot{\theta}$ :

$$F_{roce} = -mg \sin \theta + mR\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

Conviene escribir  $\dot{\theta}$  en función del ángulo para tener la fuerza de roce en función de  $\theta$ :

$$\ddot{\theta} = \frac{2g}{R} \Rightarrow \dot{\theta}d\dot{\theta} = \frac{2g}{R}d\theta$$

Es decir:

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} = \frac{2g\theta}{R}$$

Ya que parte en  $\theta = 0$  con  $\dot{\theta} = 0$ . Reemplazando en (3):

$$F_{roce} = -mg \sin \theta + 4mg\theta \quad (4)$$

Para que no resbale debemos imponer que  $F_{roce} \leq \mu_e N$

$$mg(4\theta - \sin \theta) \leq \mu_e mg(2 + \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \mu_e \geq \frac{4\theta - \sin \theta}{2 + \cos \theta} \quad (5)$$

Notemos de (4) que  $F_{roce}(\theta = 0) = 0$  y que  $F'_{roce} = mg(4 - \cos \theta) > 0 \quad \forall \theta$ , por lo tanto  $F_{roce}$  es creciente y positiva (la dirección en que fue puesta,  $-\hat{\rho}$ , es correcta) y por lo tanto se hace máxima en  $\theta = \pi$ , por lo tanto, para encontrar el mínimo coeficiente de roce debemos evaluar (5) en  $\theta = \pi$

$$\Rightarrow \mu_{e(\text{mínimo})} = 4\pi$$