

Ejercicio N°3

Profesora: Francisca Guzman

Prof. Auxiliar: Abel Muñoz, Taky Parvex, Martín Rocha.

16 de abril, Semestre de Otoño 2014

P1 Un ratón corre a su madriguera en línea recta por el suelo a una velocidad v_r . En el instante en que el ratón está a una distancia D de la madriguera es visto por un cóndor, el cual venía viajando a una velocidad constante v_c en sentido contrario. El cóndor que visualiza al ratón a una distancia D' , inmediatamente cambia de dirección con el objetivo de cazar al ratón. Considere que el cóndor solo se mueve en línea recta y el módulo de su velocidad es siempre v_c .

P1.a) ¿Cuál es la máxima altura H desde el suelo a la cual el cóndor puede estar volando para lograr cazar al ratón justo antes que se esconda? (1,5 puntos)

P1.b) Explique qué ocurre si el cóndor visualiza al ratón justo debajo de él y sus velocidades son similares. Justifique su respuesta en base al resultado obtenido en la parte anterior. (1,0 punto)

P2 El cóndor luego de haber cazado el ratón, decide llevarlo a un nido lejano. Cansado de cargarlo, decide soltarlo justo cuando su velocidad era v_c y la altura a la que volaba era h respecto al nido. Encuentre la mínima distancia a la cual puede hacer esto para alimentar a sus crías. (1,5 puntos)

P3 Poco tiempo después de capturado el ratón en el nido, un amigo de éste decide ir a su rescate. El amigo para no ser visto se esconde a un desnivel H respecto al nido. Para salvarlo esto utiliza una cuerda la cual es lanzada desde una distancia D al nido y que debido a temas presupuestarios tiene un largo limitado dado por $L_{max} = k \cdot \tan(\theta)$, donde θ es el ángulo de lanzamiento de la cuerda que no se conoce y k una constante conocida. Encuentre L_{max} . Considere que el desnivel al cual se esconde el ratón, es también la máxima altura que él puede alcanzar con la cuerda, desde la distancia D . (2 puntos)

* Indicación: Modele la cuerda como una partícula. Además tenga en cuenta que la distancia D entre el ratón y el nido está medido en la horizontal.

Pauta Ejercicio N°3

Profesora: Francisca Guzman
Prof. Auxiliar: Abel Muñoz, Taky Parvex, Martín Rocha.
16 de abril, Semestre de Otoño 2014

P1 Primero a partir de la ecuación de movimiento del ratón se calcula el tiempo que demora este en alcanzar la madriguera:

$$D = v_r t_f \Rightarrow t_f = \frac{D}{v_r}$$

Dado que el cóndor se mueve en línea recta y mantiene el módulo de su velocidad, entonces la distancia d que recorre justo antes de que el ratón entre en la madriguera se obtiene usando Teorema de Pitágoras :

$$d^2 = H^2 + (D - D')^2 \Rightarrow d = \sqrt{H^2 + (D - D')^2}$$

Ya que el módulo de su velocidad del cóndor es constante entonces:

$$v_c = \frac{d}{t_f} = \frac{\sqrt{H^2 + (D - D')^2}}{D/v_r}$$

Finalmente de la ecuación anterior despejamos H :

$$H = \sqrt{\left(\frac{D v_c}{v_r}\right)^2 - (D - D')^2}$$

Finalmente si el cóndor visualiza al ratón justo por debajo de él, entonces $D' = 0$ y si además sus velocidades son similares entonces: $\frac{v_c}{v_r} \approx 1$, por lo tanto:

$$H \approx \sqrt{D^2 - D^2} \approx 0$$

Esto significa que si el cóndor lleva cierta altura respecto al ratón, cuando sus velocidades son similares y están en el mismo eje vertical, es imposible que capture al ratón.

P2 En esta pregunta solo debemos plantear las ecuaciones de movimiento del ratón en el eje horizontal y vertical respectivamente:

$$\begin{aligned}\hat{x}) d_{min} &= v_c t_f \\ \hat{y}) -h &= \frac{-gt^2}{2}\end{aligned}$$

Donde t_f es el tiempo en que el ratón alcanza el nido. Despejando t_f de la ecuación de mov. en x y reemplazando en la ec. de mov. en y, se obtiene:

$$t_f = \frac{d_{min}}{v_c}$$

$$h = \frac{g\left(\frac{d_{min}}{v_c}\right)^2}{2}$$

Por lo tanto la distancia mínima a la cual puede ser arrojado el ratón es:

$$d_{min} = v_c \sqrt{2h/g}$$

P3 Planteamos el ec. de mov. en el eje x de la cuerda (modelada como partícula) para un tiempo t_f , tiempo en el cual la cuerda alcanza el nido suponiendo una velocidad inicial v_o , osea la máxima altura:

$$D = v_o \cos(\theta) t_f \Rightarrow t_f = \frac{D}{v_o \cos(\theta)}$$

Para el eje y se tiene entonces:

$$H = v_{fy} t_f - gt^2/2 = -gt^2/2$$

$$v_{fy} = v_o \sin(\theta) - gt_f = 0 \Rightarrow t_f = \frac{v_o \sin(\theta)}{g}$$

Donde $v_{fy} = 0$ ya que es la cuerda alcanzó en la altura H su máxima altura. Posteriormente, reemplazamos la expresión del t_f obtenida de la ec de velocidad en el eje y en la ecuación de movimiento del eje y, obteniéndose:

$$H = \frac{(v_o \sin(\theta))^2}{2g} (*)$$

Obtenemos v_o^2 igualando las dos ecuaciones en que despejamos el tiempo t_f , entonces:

$$v_o^2 = \frac{gD}{\sin(\theta)\cos(\theta)}$$

Reemplazando este resultado en la ecuación (*) se obtiene:

$$H = D \tan(\theta)/2 \Rightarrow \tan(\theta) = 2H/D$$

Por lo tanto:

$$L_{max} = \frac{2kH}{D}$$