CI5310 – Competencia y Regulación en Mercados de Transporte

UNIDAD 1:

Elementos de Teoría de Juegos

Hasta el momento….

- En competencia perfecta, suponemos que la firma maximiza ganancias para precios dados:

  ➔ P = CMg

- Para monopolio ➔ CMg = IMg
- En ninguno de estos casos los agentes necesitan tomar en cuenta que van a hacer los otros agentes
- Pero en la realidad, las firmas si miran lo que hacen otras firmas, y reaccionan de acuerdo a eso:
- *"El precio mas bajo, o le devolvemos la diferencia!"*
- Farmacias Cruz Verde vs Farmacias Ahumada

- De hecho, las situaciones en que los agentes toman decisiones tomando en cuenta que es lo que otros agentes puede decidir hacer, o la forma en que van a reaccionar, son muchas. Ejemplos:
  - Política, inversiones en defensa.
  - Ajedrez, back-gammon
  - Firmas (oligopolios)
  - Pololeos
- En todas estas situaciones se dice que hay '<u>interacción estratégica</u>'

Veamos un ejemplo concreto (y muy importante!)

- Dos individuos que asaltaron un banco fueron capturados por la policía. No existen pruebas de que asaltaran al Banco, aunque sí fueron detenidos con armas ilegales. Entonces, la única forma de condenarlos es que alguno confiese.
- La policía los interroga por separado y les cuenta lo que les espera:
  - Si ninguno confiesa, recibirán un año de cárcel por porte ilegal de armas.
  - Si ambos confiesan, reciben 6 años de cárcel cada uno
  - Si uno confiesa y el otro no, el colaborador sale libre, pero el otro recibe 9 años de cárcel (los 3 extra son por obstrucción a la justicia)

Resolviendo el dilema del prisionero

- Que hará cada prisionero? Podemos usar una tabla para representar el problema:

1 \ 2	Calla	Confiesa
Calla	– 1 ; – 1	– 9 ; 0
Confiesa	0 ; – 9	– 6 ; – 6

Ambos confiesan. Es lo mejor que pueden hacer individualmente….sin embargo estarían mejor si callasen. Pero, cómo se ponen de acuerdo?

Teoría de juegos

- Disciplina que estudia el comportamiento de agentes en situaciones de interacción estratégica (Von Neumann, 1928; Morgenstern, 1944)
- **Objetivo:** Determinar el o los equilibrios que podrían alcanzarse, cuando agentes racionales toman decisiones en un contexto de interacción estratégica.
- Premios Nobel relacionados con teoría de juegos:
  - 1994: Nash, Harsanyi y Selten
  - 2005: Aumann y Schelling
  - 2007: Hurwicz, Maskin y Myerson (diseño de mecanismos)
- Un libro sugerido: Game Theory for Applied Economists, de Robert Gibbons.

Qué es un juego?

- Representación formal de una situación en la que un número de agentes (firmas, individuos, etc) interactúan en un contexto de interdependencia estratégica.
  - El bienestar de cada individuo depende no sólo de sus propias acciones, si no también de las acciones de otros individuos. Mas aún, su mejor curso de acción puede depender de lo que él o ella creen que otros jugadores harán.

Teoría de juegos

- Los juegos pueden ser:
  1. simultáneos (o mejor dicho, sin observación de lo que hace el otro jugador)
  2. Consecutivos (e.g. ajedrez)
  3. Con información perfecta
  4. Con información imperfecta (e.g. no saber si la competencia tiene costos altos o bajos)
- De este modo, hay cuatro tipos de juegos (dado por combinaciones de lo anterior). El concepto de equilibrio es distinto en cada caso.
- **En este curso**: mayormente, juegos con información perfecta (simultáneos y consecutivos)

Elementos que describen un juego

- **Jugadores**. Por ejemplo, los delincuentes 1 y 2 del dilema del prisionero.
- **Estrategias**. Cada curso de acción que un jugador puede seguir. Por ejemplo, callar o confesar en el DdP
- **Ganacias o pérdidas**. Lo que resulta, para cada jugador, en cada combinación posible de elección de estrategias de los jugadores. E.g. años de cárcel. Utilidades en el caso de oligopolios.
- En el caso de dos jugadores, podemos poner todo esto en una matriz de pago: forma normal de un juego.

Equilibrio

- Recuerde que lo que estamos buscando es predecir que va a pasar
- **Estrategia dominante**: Cuando lo que le conviene hacer a un jugador es independiente de lo que haga el otro.
  - Ejemplo: ‘Confesar’ en el dilema del prisionero
- Las estrategias dominantes siempre son jugadas
- La predicción, en general, no es muy precisa

¿Hay estrategias dominantes acá?

1 \ 2	L	M	R
U	11 ; 6	0 ; 2	5 ; 1
M	6 ; 2	10 ; 5	5 ; 4
D	4 ; 8	4 ; 8	12 ; 7

Estrategias dominadas

2 / 1	L	M	R
U	11 ; 6	0 ; 2	5 ; 1
M	6 ; 2	10 ; 5	5 ; 4
D	4 ; 8	4 ; 8	12 ; 7

- Una estrategia dominada nunca será jugada.
- La predicción mejora, pero no del todo…

Estrategias dominadas (2)

- Muestre en el ejemplo siguiente que el resultado de la remoción secuencial de estrategias débilmente dominadas depende del orden en que se eliminan las estrategias y, por lo tanto, es una mala manera de generar predicciones.

2 / 1	A	B
C	5 ; 1	4 ; 0
D	6 ; 0	3 ; 1
E	6 ; 4	4 ; 4

Equilibrio de Nash: descripción formal

- **Función de Mejor Respuesta (o función de reacción):** función que entrega la mejor estrategia que un jugador puede elegir, para cada estrategia que el otro jugador pueda jugar.
- **Equilibrio de Nash**: Combinación de estrategias en que todo jugador elige una mejor respuesta.
- Formalmente, $s^*=(s_1^*,..,s_I^*)$ es un equilibrio de Nash (en estrategias puras) si:

$$\forall i = 1,..,I \qquad u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \qquad \forall s_i \in S_i$$

- Donde, s_i es una estrategia posible para el jugador i (ej. L, M o R), y S_i es el conjunto de estrategias puras del jugador i. Ejemplo {L; M; R}
- El equilibrio de Nash da una predicción mas precisa

Equilibrio de Nash: unicidad?

- El equilibrio de Nash puede existir aun cuando no haya estrategias dominantes.
- Puede haber mas de un equilibrio de Nash.
- Ejemplo:…calcule Ud. mismo

1 \ 2	L	M	R
U	11 ; 6	0 ; 2	5 ; 1
M	6 ; 2	10 ; 5	5 ; 4
D	4 ; 8	4 ; 8	12 ; 7

Equilibrio de Nash: existencia?

- Algunos juegos no tienen equilibrio de Nash (en estrategias puras)
- Ejemplo: Lanzamiento penal. Un arquero y un delantero se enfrentan….ambos deben decidir lado…el arquero para lanzarse, el delantero para chutear….Oriente o Poniente?

D \ A	Poniente	Oriente
Poniente	-100 ; 100	100 ; -100
Oriente	100 ; - 100	- 100 ; 100

Equilibrio de Nash: Aplicaciones

1. Dilema del prisionero
   - Oligopolio de Cournot
   - Duopolio de Betrand
2. Tráfico: partición modal auto – bus
3. Paradoja de Braess
4. La tragedia de los comunes (bienes públicos)
5. …y para analizar muchos casos más!

Cuando hay interacción estratégica, las cosas no son evidentes

- Dos firmas compiten, y cada una puede decidir poner un precio alto o poner un precio bajo. Matriz de pagos:

1 \ 2	Precio Alto	Precio Bajo
Precio Alto	8 ; 8	2 ; 10
Precio Bajo	10 ; 2	5 ; 5

- Sería mejor para ambas poner precios altos, pero aun si se ponen de acuerdo verbalmente en cobrar caro, las firmas tienen incentivos para desconocer el acuerdo y cobrar barato (Precio Bajo es una estrategia dominante ➔ problema tipo 'dilema del prisionero'

Cuando hay interacción estratégica, las cosas no son evidentes

- Ahora, las firmas pueden proponer promociones del tipo “igualamos el precio de la competencia!”
- Bueno para los consumidores?

1 \ 2	Precio Alto	Precio Bajo	Precio Alto + IPC
Precio Alto	8 ; 8	2 ; 10	8 ; 8
Precio Bajo	10 ; 2	5 ; 5	5 ; 5
Precio Alto + IPC	8 ; 8	5 ; 5	8 ; 8

Cuando hay interacción estratégica, las cosas no son evidentes

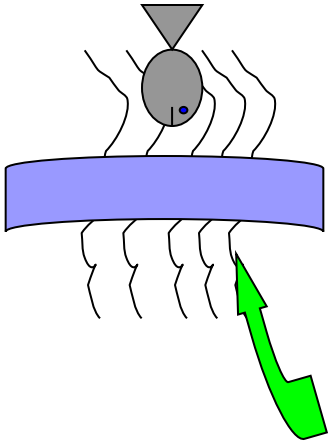
- Ahora, existe tienen un segundo equilibrio de Nash, esta vez en precios altos, que no requiere que las firmas acuerden nada.
- Los consumidores son usados como espías de precios.
- En la práctica, una firma puede iniciar una de estas promociones, poner un precio alto, y esperar a ver que hace la otra firma. En el peor caso, vuelven a (5 ; 5)

Juegos Dinámicos con Información Completa

Ejercito 1

Fuerte

Ejercito 2



Puente

- El Ejército 1 puede atacar el fuerte o no. El Ejército 2 puede defender el fuerte, o fugarse hacia el otro lado del río.
- Si no hay ataque, E1 queda con 0 utilidad y E2 queda con 3.
- Si hay ataque y E2 se fuga, E1 queda con 4 de utilidad, y E2 con -1 (sufre un poco el amor propio)
- Ante esto, E2 manda un mail a E1 diciendo “no ataquen, porque vamos a defendernos como felino de espalda, y aunque se queden con el fuerte, y nosotros quedemos con -3 de utilidad, ustedes quedarán con -2!!!”
- Ataca E1 o no?

Juegos Dinámicos con Información Completa

- Si no hay ataque, E1 queda con 0 utilidad y E2 queda con 3.
- Si hay ataque y E2 se fuga, E1 queda con 4 de utilidad, y E2 con -1
- E2 manda mail a E1: “no ataquen, aunque se queden con el fuerte, y nosotros quedemos con -3 de utilidad, ustedes quedarán con -2!!!”

E1 \ E2	D	F
A	-3 ; -2	4 ; -1
NA	0 ; 3	*0 ; 3*

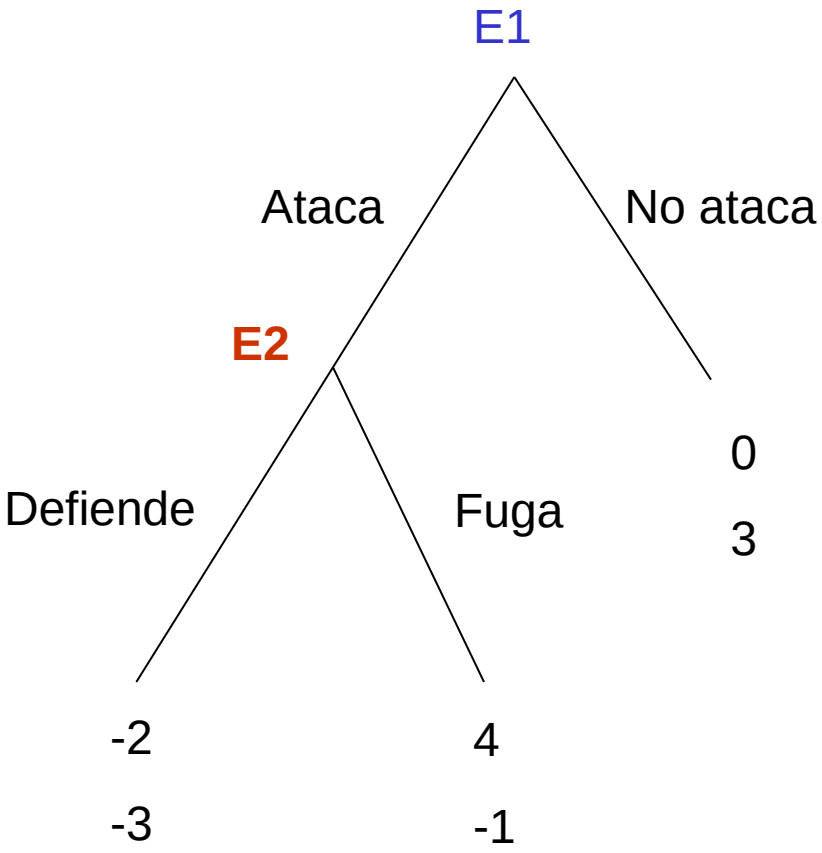
Juegos Dinámicos con Información Completa

- (NA, D) es extraño. Si 1 Ataca, 2 Arranca
- "Defiende" puede ser visto como una amenaza…pero no es creíble
- Necesitamos refinar el concepto de equilibrio

➔ **Equilibrio perfecto de subjuegos** (Subgame Perfact Nash-Equilibrium, **SPNE**)

- Para esto necesitamos representar el juego de otra forma: forma extendida (o de árbol)

Forma extendida del juego



Equlibrio perfecto de subjuegos, SPNE

- **Subjuego**: parte de un juego en forma extendida que comienza en un nodo que contiene todos sus nodos sucesores

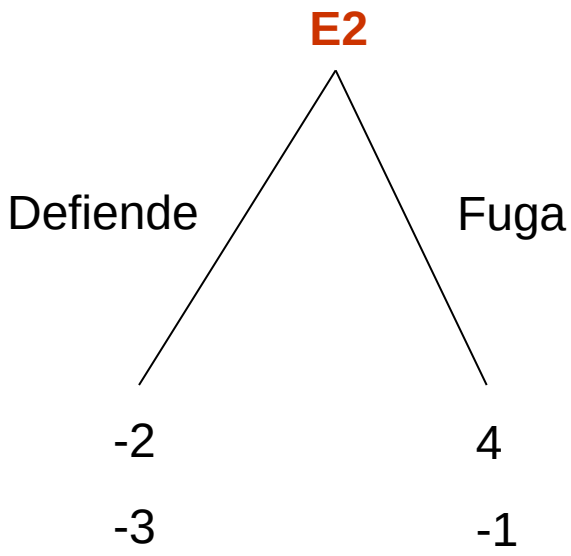
Definición: un perfil de estrategias s* es un eq. Perfecto de subjuegos si induce un equilibrio de Nash en todo subjuego

⇔ La estrategia de un jugador debe definir acciones óptimas en cada nodo del juego extendido

⇔ Racionalidad secuencial.

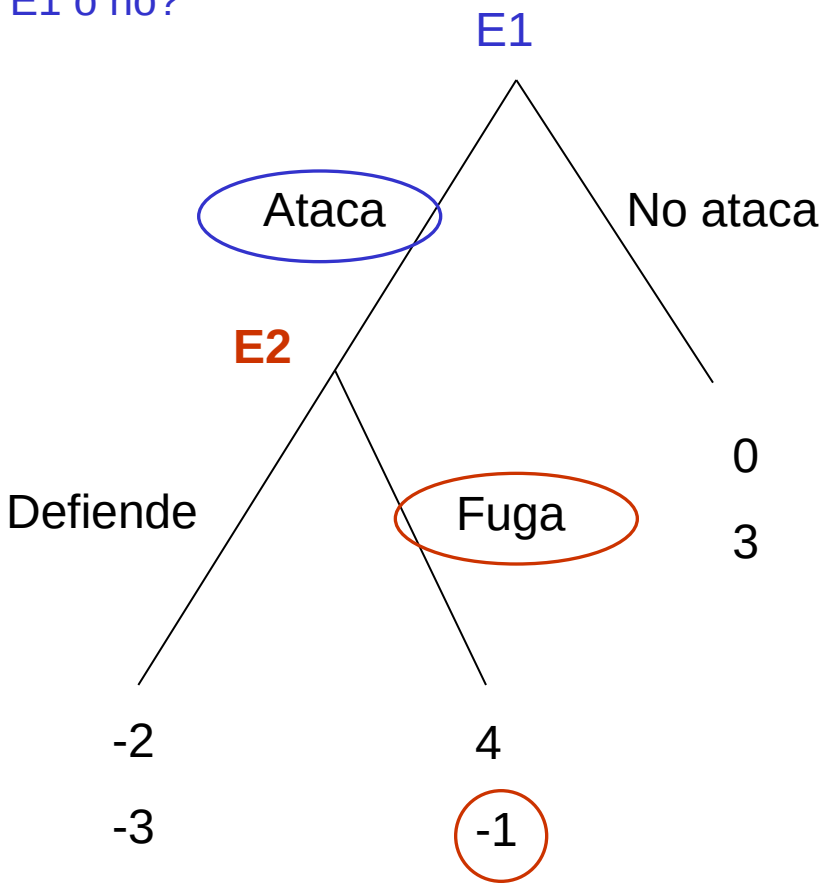
(N, D) no es un equilibrio perfecto de subjuegos

D no es óptimo para E2.



Amenaza creíbles?

- Ataca E1 o no?



Para asegurar Racionalidad Secuencial, resolvemos usando *Backward induction*

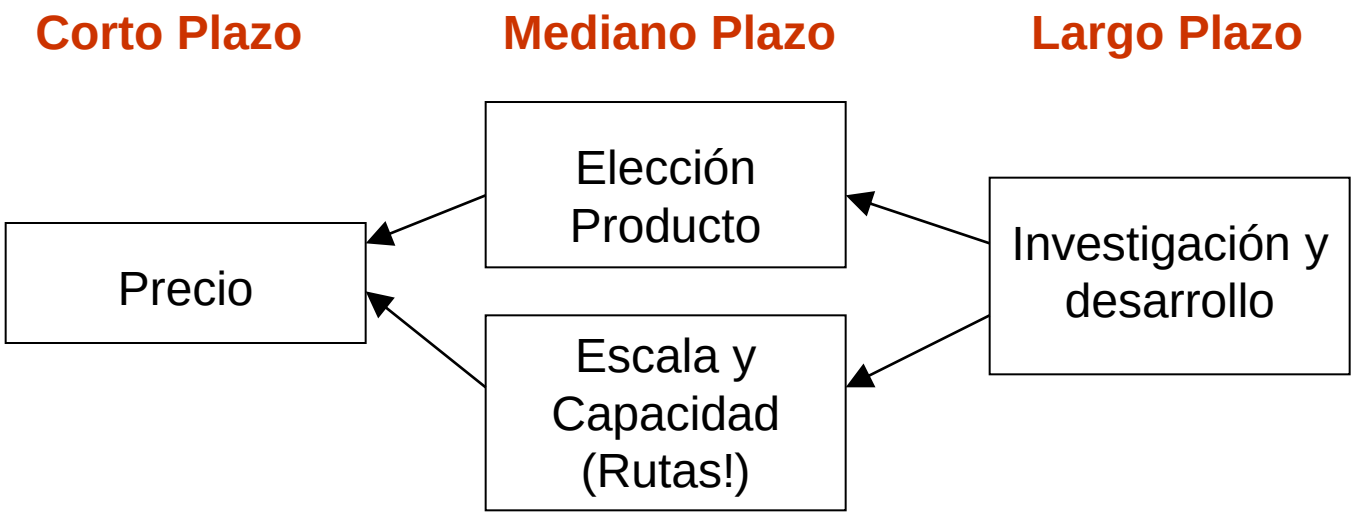
- Que pasa si, antes de que E1 ataque, E2 puede destruir el puente y quedar sin escape?
- Destruir el puente envía la señal “de verdad no te metas conmigo!”

Aplicaciones de juegos dinámicos con info perfecta

1. Ataque de Chicago en predación
2. Modelos de negociación (Rubinstein)
3. Modelos dinámicos de oligopolios (Stackelberg)
4. Superjuegos
   - Juegos dinámicos de información casi perfecta
   - Juegos repetidos

Oligopolios: interacción estratégica entre firmas

- En una estructura de mercado oligopolística, una firma ya no encuentra a jugadores pasivos.
  - Teoría de juegos no cooperativos.
- Las firmas pueden usar diferentes instrumentos para competir. Los podemos clasificar de acuerdo a la velocidad con que pueden ser alterados.



Oligopolios: resumen

- Equilibrio de Nash para oligopolio con movimientos simultáneos: acciones y estrategias son los mismo; acciones son continuas

$$(a_1^*,...,a_n^*) \quad \text{es un Eq.N. si} \quad \pi^i(a_i^*,a_{-i}^*) \geq \pi^i(a_i,a_{-i}^*) \qquad \forall a_i \in A_i \qquad \forall i \in I$$

- CPO: $$\frac{\partial \pi^i(a_i^*,a_j^*)}{\partial a_i} = \pi_i^i(a_i^*,a_j^*) = 0$$

- CSO: $$\frac{\partial^2 \pi^i(a_i^*,a_j^*)}{\partial a_i^{\,2}} = \pi_{ii}^i(a_i^*,a_j^*) \leq 0$$

- Mejor respuesta o fn. de reacción: $$\pi_i^i(R_i(a_j),a_j) = 0$$

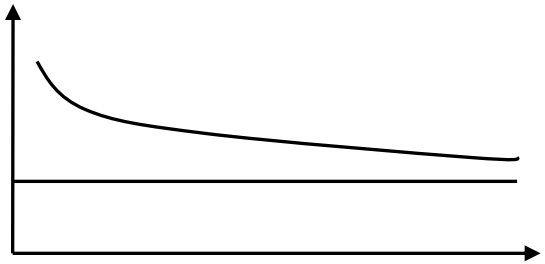
- Equilibrio de Nash: $$R_i(a_j^*) = a_i^* \qquad R_j(a_i^*) = a_j^*$$

La paradoja de Bertrand

- Dos firmas producen productos idénticos (sustitutos perfectos)
- Mismo costo marginal c (constante) **Y** no hay costos fijos
  - Retornos constantes a escala
- Las firmas eligen precios simultáneamente, de manera no cooperativa ➔ consumidores compran al menor precio. Si son iguales, mitad y mitad.
- Equilibrio de Bertrand-Nash: $p1^* = p2^* = c$
- Paradoja de Bertrand:
  - Dos firmas es suficiente para eliminar el poder de mercado (precio igual costo marginal)
  - Disipación completa de ganancias

Extensiones al juego de Bertrand

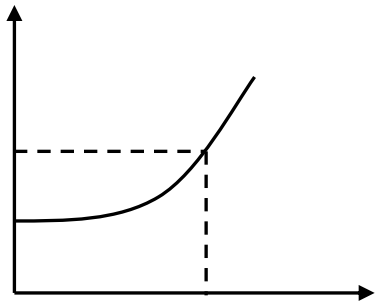
1. Costos marginales asimétricos
2. Competencia dinámica en precios ➔ super games!
3. Retornos a escala no constantes
   - Retornos crecientes a escala (e.g. un costo fijo)

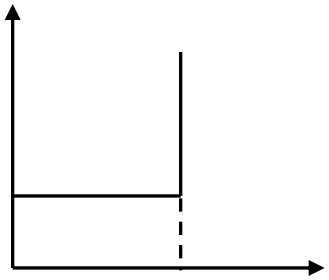


   - Precio = costo marginal lleva a pérdidas. Una firma sale…
   - Monopolio natural

Extensiones al juego de Bertrand

- Retornos decrecientes a escala o restricciones de capacidad





- Kreps y Sheinkman (1983): el juego de dos etapas en que las firmas eligen primero su capcidad de producción y luego precio es idéntico a un juego de Cournot en que las firmas eligen sus niveles de producción

- "…More generally, what we mean by quantity competition is really a choice of scale that determines the firm's cost functions and thus determines the conditions of price competition. This choice of scale can be a capacity choice, but more general investment decisions are also allowable…" (Tirole, 1988)

Extensiones al juego de Bertrand

4. **Productos diferenciados!**

$$q_i(p_i, p_j) = a - p_i + b\,p_j \qquad con \qquad b < 1$$

$$\pi^i(p_i, p_j) = \left[a - p_i + b\,p_j\right] \cdot (p_i - c)$$

$$\frac{\partial \pi^i(p_i, p_j)}{\partial p_i} = 0 \quad \rightarrow \quad Fn.\ de\ reacción$$

El juego de liderazgo de Stackelberg (dinámico!)

1. Firma *i* elige q_i
2. Firma *j*, habiendo observado lo que hizo la firma *i*, elige q_j

SPNE: resolvemos "de átras hacia delante" (backward induction).

$$\underset{q_j}{Max} \quad \pi_j(q_i, q_j) = q_j \left(\underbrace{a - (q_i + q_j)}_{P(Q)} - c \right) \Rightarrow \quad q_j(q_i) = \frac{a - q_i - c}{2}$$

Función de reacción

La firma *i* elige q_i antes, y por lo tanto sabe (calcula) la reacción de la firma *j*.

$$\underset{q_j}{Max} \quad \pi_j(q_i, q_j(q_i)) = q_j\left(a - (q_i + q_j(q_i)) - c\right) = q_i \frac{a - q_i - c}{2}$$

$$\Rightarrow \quad q_i^{SE} = \frac{a-c}{2} \qquad q_j^{SE} = q_j(q_i^{SE}) = \frac{a-c}{4} \qquad Q^{SE} = \frac{3(a-c)}{4}$$

$$P^{SE} = \frac{a+3c}{4} \qquad \pi_i^{SE} = \frac{a-c}{2} \cdot \left(\frac{a+3c}{4} - c \right) = \frac{(a-c)^2}{8}$$

Moraleja

- Cuando hay interacción estratégica:
- Tener mas información no es necesariamente mejor
  - La firma con mas información en Stackelberg sale peor
- Tener mas opciones no es necesariamente mejor
  - El ejercito 2 esta mejor si no tiene la opción del puente.

Super Games y colusión tácita (1/3)

Si dos firmas compiten, y cada una puede decidir poner un precio alto o poner un precio bajo, obteníamos un dilema del prisionero: ambos ponían precios bajos

1 \ 2	Precio Alto	Precio Bajo
Precio Alto	4 ; 4	0 ; 5
Precio Bajo	5 ; 0	1 ; 1

Pero qué ocurre si las firmas juegan repetidamente?

Primero, debemos definir que es una estrategia en este caso.

Una 'estrategia' será una lista de acciones a realizar cada vez que se juege, y que dependa de lo que pasó antes,

Juegos repetidos y colusión tácita (2/3)

- Una estrategia posible: la estrategia del gatillo
  - Poner precio alto al principio, y seguir poniendo precio alto mientras ambos lo hagan. Si el otro 'traiciona' póniendo precio bajo, 'castigarlo' poniendo precio bajo por siempre.
- Para saber si ambas firmas usando la estrategia del gatillo es un equilibrio o no, necesitamos verificar que ninguna de las dos firmas tiene un incentivo para usar una estrategia distinta, i.e. que no hay incentivo para 'traicionar'.
- Entonces, supongamos que la firma 1 usa la estrategia del gatillo, y veamos si la firma 2 querría traicionar o no. Importante: traer platas futuras a valor presente
- Si no traiciona recibe:

$$\pi_2^C = 4 + \delta \cdot 4 + \delta^2 \cdot 4 + \delta^3 \cdot 4..... = \frac{4}{1-\delta}$$

- Si traiciona recibe:

$$\pi_2^T = 5 + \delta \cdot 1 + \delta^2 \cdot 1 + \delta^3 \cdot 1..... = 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$$

Juegos repetidos y colusión tácita (3/3)

- Por lo tanto, la firma 2 tiene incentivos para mantenerse usando la estrategia del gatillo si

$$\pi_2^C = \frac{4}{1-\delta} \geq 5 + \frac{\delta}{1-\delta} = \pi_2^T \quad \Rightarrow \quad \delta \geq 1/4$$

- Por lo tanto, si el futuro importa mucho, entonces los precios altos son sostenibles en equilibrio!!!
- Esto, porqué las firmas tiene harto poder de castigo: si hay traición, se viene una eternidad de competencia, y el futuro importa mucho.